ELLENŐRZŐ KÁRTYÁK

- méréses
- minősítéses

common cause: véletlen ingadozás

specific (assignable) cause: azonosítható, tettenérhető
(veszélyes) hiba
megváltozott a folyamat

Minősítéses ellenőrző kártyák

- selejt-kártyák (np és p) a binomiális eloszlás alapján
- hiba-kártyák (c és u) a Poisson-eloszlás alapján

np-kártya a nem-megfelelő darabok számára

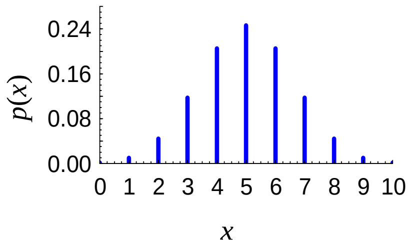
p a sokaságbeli selejtarány, becslése a mintabeli selejtarány:

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

x az *n* elemű mintában mintában a selejtes egyedek száma

Binomiális eloszlás:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$



$$\mu_x = E(x) = np$$

$$\sigma_x^2 = Var(x) = np(1-p)$$

$$\mu_{x/n} = E\left(\frac{x}{n}\right) = p$$

$$\sigma_{x/n}^2 = Var\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Az *np*-kártya középvonala és a beavatkozási határok a ±3σ konvenció szerint:

$$E(x) = np$$

$$CL_{np} = n\bar{p}$$

$$Var(x) = np(1-p)$$

$$UCL_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$LCL_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

Ha *LCL* negatív, zérusra igazítjuk.

$\bar{p}$ a selejtes darabok átlagos aránya

6. példa

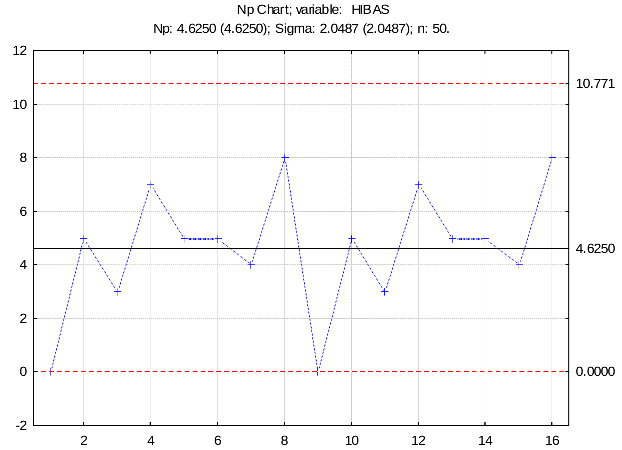
Egy gépen gyártott csapágygolyókból félóránként 50 elemű mintákat veszünk. A táblázat mutatja a selejtes (foltos) darabok számát:

időpont	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30
x (*np*)	0	5	3	7	5	5	4	8

időpont	12:00	12:30	13:00	13:30	14:00	14:30	15:00	15:30
x (*np*)	0	5	3	7	5	5	4	8

Készítsünk *np*-kártyát az adatokból, feltételezve, hogy előzetes adatfelvételnél kaptuk őket!

Open File: Csapagy.sta
Statistics>Industrial Statistics>Quality Control Charts
Np chart for attributes
Counts: Defective, Sample size: N



Miért elég egyetlen kártya?

7. példa

Mennyi az ahhoz szükséges minimálisan szükséges minta-elemszám p=0.03 esetén, hogy az alsó beavatkozási határ zérus fölött legyen?

$$LCL_{np} = np - 3\sqrt{np(1-p)} > 0$$

$$n > \frac{9(1-p)}{p}$$

8. példa

Minimálisan hány elemű mintákat kell vennünk, ha azt akarjuk, hogy 99% valószínűséggel találjunk legalább 1 hibás darabot, vagyis $P(x>0)\geq 0.99$, amennyiben $p=0.03$?

$$P(x>0)=1-P(x=0)\geq 0.99$$

$$P(x=0)=\binom{n}{0}0.03^0 0.97^n=0.97^n$$

$$\left(\frac{1}{0.97}\right)^n>\frac{1}{0.01}$$

$$P(x=0)\leq 0.01$$

$$0.97^n\leq 0.01$$

$$-n\ln 0.97>-\ln 0.01$$

$$n>\frac{-\ln 0.01}{-\ln 0.97}=151$$

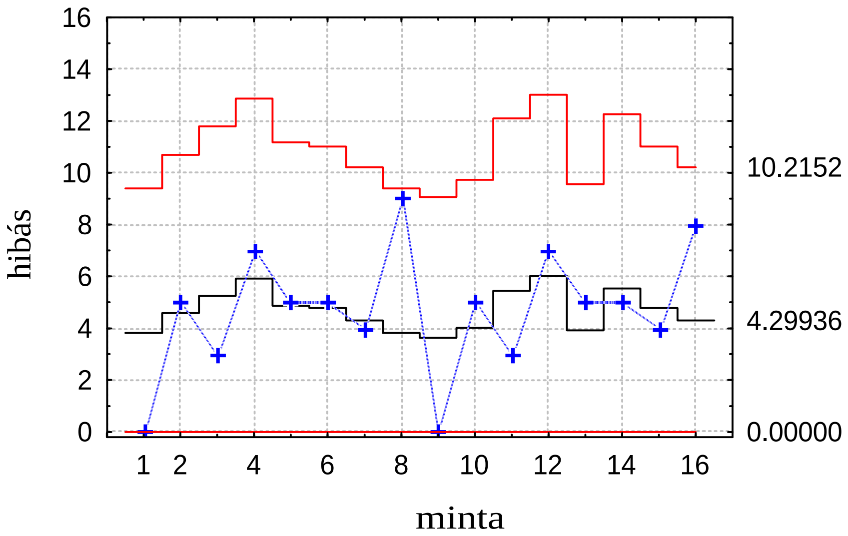
Mi történik, ha az *n* minta-elemszám változik?

$$CL_{np}=n\overline{p}$$

$$UCL_{np}=n\overline{p}+3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$$

$$LCL_{np}=n\overline{p}-3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$$

np-kártya különböző minta-elemszám figyelembe vételével



p-kártya a nem-megfelelő darabok arányára

$$\hat{p} = \frac{x}{n} \qquad E(\hat{p}) = p \qquad Var(\hat{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Középvonala és a beavatkozási határok a konvenció szerint: $\pm 3\sigma$

$$CL_p = \overline{p}$$

$$UCL_p = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \qquad LCL_p = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

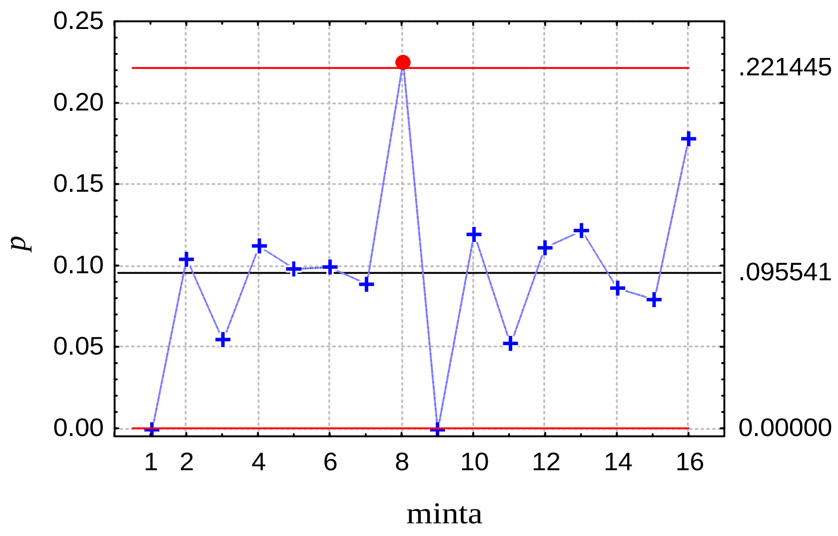
időpont	selejtszám	*n*
8:00	0	40
8:30	5	48
9:00	3	55
9:30	7	62
10:00	5	51
10:30	5	50
11:00	4	45
11:30	9	40
12:00	0	38
12:30	5	42
13:00	3	57
13:30	7	63
14:00	5	41
14:30	5	58
15:00	4	50
15:30	8	45

9. példa

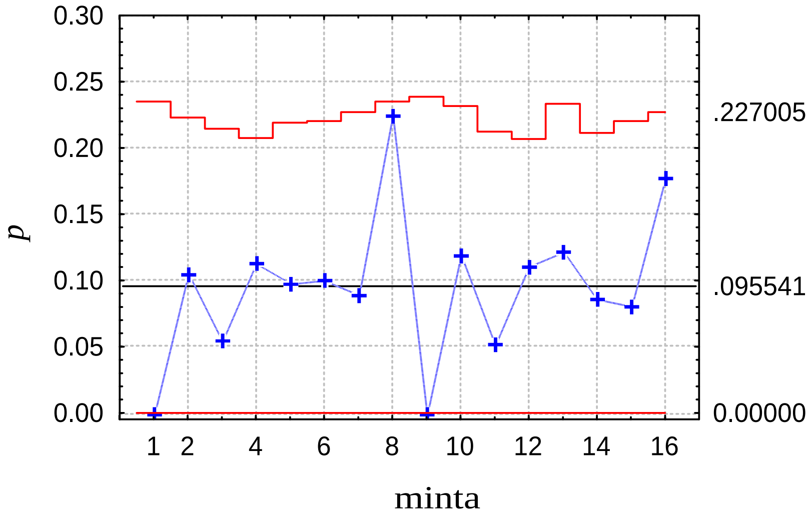
Készítsünk np és p kártyát az adatokra (csapagy2.sta):

Open File: Csapagy2.sta
Statistics>Industrial Statistics>Quality Control Charts
P chart for attributes
Counts: Defective, Sample size: N

p-kártya átlagos beavatkozási határokkal



p-kártya egyedi beavatkozási határokkal



Hiba-kártyák: c-kártya

Poisson-eloszlás

ritka események eloszlásának modellezésére

az előfordulások száma, a „hány közül” nem definiált, pl. hibák a számlán

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Várható értéke és varianciája: $E(x) = Var(x) = \lambda$

λ az egységbeli előfordulások várható száma

A Poisson-eloszlás alkalmazásának feltételei

- bármely egységben bekövetkező eseménynek függetlennek kell lennie a többi egységbelitől;
- az esemény bekövetkezésének valószínűsége bármely egységben azonos, és arányos az egység méretével;
- annak valószínűsége, hogy két vagy több előfordulás következik be egy egységben, az egység méretének csökkentésével nullához tart.

Hiba-kártyák: c-kártya

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{k!} \qquad \lambda = np$$

$$E(x) = \lambda \qquad Var(x) = \lambda$$

Az előzetes adatfelvételnél kapott átlagos hibaszám a λ paraméter becslése :

$$\hat{\lambda} = \bar{c} = \frac{\sum_i^m c_i}{m}$$

c_i az i-edik mintában talált hibák száma, m a vizsgált minták száma

Gyártásközi ellenőrzésnél a kártya középvonala, fölső és alsó beavatkozási határai a $\pm 3\sigma$ konvenció szerint:

$$CL_c = \bar{c}$$

$$UCL_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

$\bar{c}$ -ra az előzetes adatfelvételnél kapott értéket helyettesítjük.

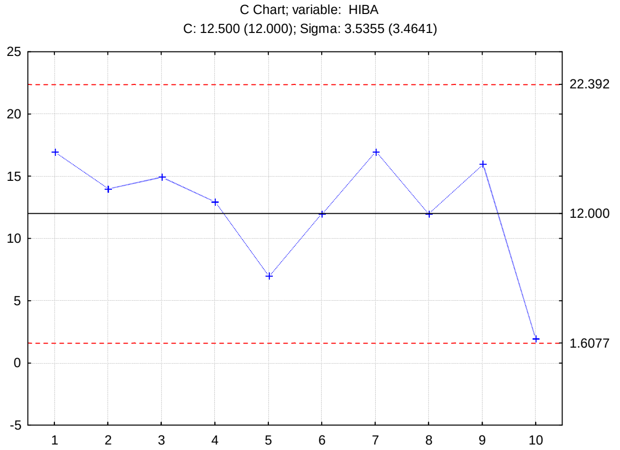
minta	hiba
1	17
2	14
3	15
4	13
5	7
6	12
7	17
8	12
9	16
10	2

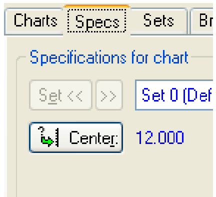
10. példa

Egy autógyárban gyártott ajtókon átlagosan 2 festési hiba van. Az ajtókból mintákat vesznek, 6 ajtó számít egy mintának.
Készítsünk *c*-kártyát az adatok vizsgálatára!
ajto.sta

Előzetes adatfelvétel vagy gyártásközi ellenőrzés?

Statistics>Industrial Statistics &Six Sigma> Quality Control Charts>Attributes > C...





11. példa

Egy autógyárban gyártott ajtókon átlagosan *C* festési hiba van. Hány ajtó (*r*) tartozzék egy mintába, hogy az alsó beavatkozási határ pozitív érték legyen?

A mintánkénti átlagos hibaszám *Cr*

$$LCL_c = Cr - 3\sqrt{Cr} > 0 \qquad r > \frac{9}{C}$$

Pl. C=2, r>4.5, r=5-re $\quad LCL_c = 2\cdot 5 - 3\sqrt{2\cdot 5} = 10 - 9.487$

r=6-ra $\quad LCL_c = 2\cdot 6 - 3\sqrt{2\cdot 6} = 12 - 10.392$

Hiba-kártyák: u-kártya

A minta mérete esetleg nem állandó

Például
az autó-ajtók nem azonos típusúak,
a hegesztési varrat vizsgált hossza változik,
a naponként gyártott termék-egyedek száma különböző

$$u_i = \frac{c_i}{n_i}$$

c_i a minta hibaszáma,
n_i a minta mérete (m^2, darab, m)

$$CL_u = \bar{u}$$

$$UCL_u = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$LCL_u = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$\bar{u} = \frac{\sum_i c_i}{\sum_i n_i}$$

n_i változik mintáról mintára!

Demerit systems

A különböző típusú hibák nem azonos súlyosságúak:
- A: számszaki hiba a számla összegében (100)
- B: téves határidő (50)
- C: betű-elírás a vevő címében (utca) (10)
- D: hiányzó betű a vevő keresztnevében (1)

$$D = 100c_A + 50c_B + 10c_C + c_D \qquad u = \frac{D}{n}$$

$$\overline{u} = 100\overline{u}_A + 50\overline{u}_B + 10\overline{u}_C + \overline{u}_D$$

A méréses és minősítéses ellenőrző kártyák összevetése

méréses: folytonos valószínűségi változó
minősítéses: diszkrét valószínűségi változó
A méréses kártyák:
- több információt adnak, érzékenyebbek, már az előtt jelzik a veszélyes hibákat (pl. a beállás eltolódását), hogy selejtet gyártanánk, mert a növekvő eltolódás kimutatásához annak nem kell még elérnie a tűréshatárt, a kártya előbb jelez.
- sokkal kisebb minta-elemszámot igényelnek, de a mérés általában költségesebb, mint a minősítés, és nem is mindig alkalmazható

Minősítéses ellenőrző kártyák

méréses adatok	
csoportokban gyűjtött adatok:	X-bar/R
egyedi adatok:	I/MR, X/MR
minősítésas adatok	
nem-megfelelő egyedek (selejt)	
a minta *n* elemszáma konstans:	np or p
a minta *n* elemszáma változó:	p
defects	
a minta mérete konstans :	c
a minta mérete változó:	u