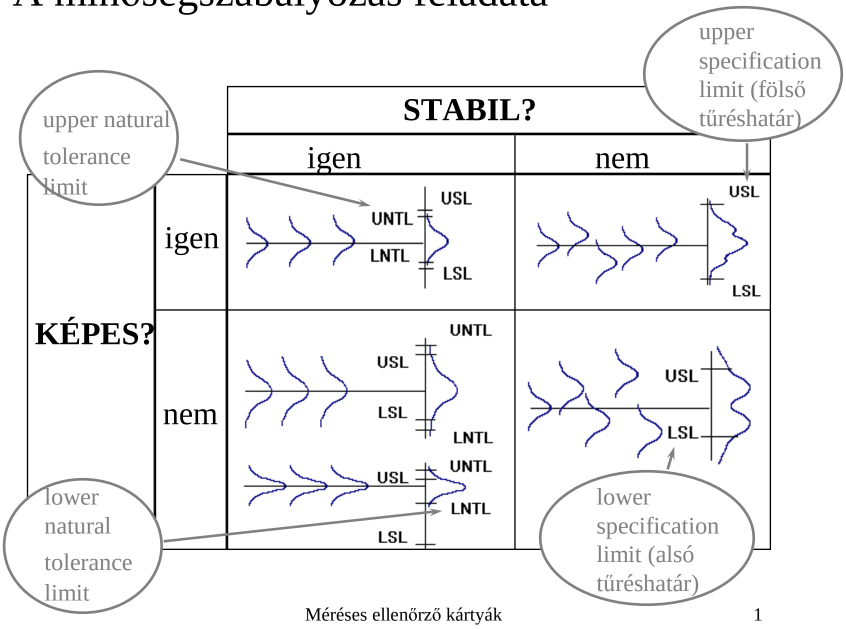
A minőségszabályozás feladata



A stabilitás vizsgálata: ellenőrző kártyák

- méréses
- minősítéses

common cause:

véletlen ingadozás

specific (assignable) cause:

azonosítható, tettenérhető (veszélyes) hiba, megváltozott a folyamat

A folyamatot akkor nevezzük stabilnak vagy statisztikailag kézbentartottnak (angolul: in statistical control), ha az ingadozás véletlenszerű, időben állandó, nincsenek jól felismerhető és megnevezhető okai.

Ha a folyamat stabil, a múltbeli adatok alapján jövőbeni viselkedése bizonyos határok között kiszámítható. Ez úgy értendő, hogy meg tudjuk mondani, milyen valószínűséggel adódik e határokon kívüli vagy belüli érték (Shewhart, 1931).

Méréses ellenőrző kártyák

1. példa

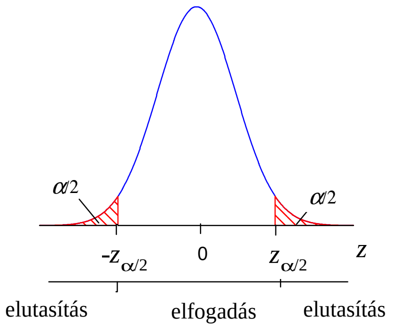
Pörköltkávé-adagoló automata töltötte csomagok tömegének feltételezett várható értéke 250 g, az adagolás ismert varianciája 1 g^2. A folyamatból vett 5 elemű minta átlaga:

$$\bar{x} = 249.6 \text{ g}$$

Megfelel-e az adagolt tömeg várható értéke a feltételezésnek, ha az elsőfajú hiba megengedett valószínűsége α=0.05?

Emlékeztető a hipotézisvizsgálatból (z-próba)

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$



elfogadási tartomány:

$$P\left(-z_{\alpha/2} < z_0 \le z_{\alpha/2} \middle| \mathrm{H}_0\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \le z_{\alpha/2} \middle| \mathrm{H}_0\right) = 1 - \alpha$$

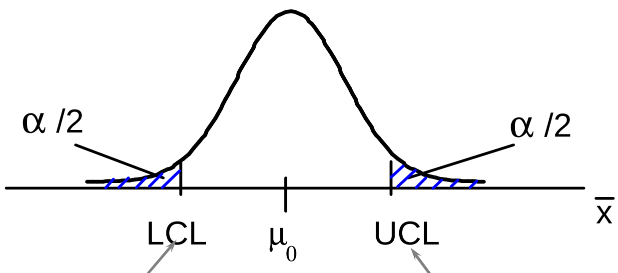
$$\mu_0 - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$$

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} < \mu_0 < \bar{x} + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$$

a konfidencia-intervallum tartalmazza a μ_0 értéket

$$\mathrm{H}_0: \quad E(x) = \mu_0 = 250$$

$$\mu_0 - z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}$$



LCL: lower control limit: $\mu_0 - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$

UCL: upper control limit $\mu_0 + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$

$\mathrm{H}_0: \quad E(x) = \mu_0 = 250$

Az elfogadási tartomány

$$\mu_0 - z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} \qquad z_{\alpha/2} =$$

$$UCL = \bar{x}_{fölső} = \mu_0 + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} =$$

$$LCL = \bar{x}_{alsó} = \mu_0 - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} =$$

Döntés:

elfogadási tartomány:

$$\mu_0 - z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}$$

Vegyünk időközönként mintát, és ábrázoljuk az idő függvényében!

$\longrightarrow$ ellenőrző kártya

- ha stabil (in statistical control): folytassuk
- ha nem stabil (out of control): avatkozzunk be

A beavatkozás sokszor költséges (a gyártó sort meg kell állítani), ezért kis esélyt szokás adni a hamis riasztásra: $z_{\alpha/2}$ =3 (ún. ±3σ határ), ekkor α=0.0027, vagyis ezer esetből kb. háromszor tévedünk.

Elfogadási tartomány:

$$\underbrace{\mu_0 - 3\sigma/\sqrt{n}}_{LCL} < \bar{x} < \underbrace{\mu_0 + 3\sigma/\sqrt{n}}_{UCL}$$

LCL ***UCL***

Elfogadási tartomány:

$$\mu_0 - 3\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + 3\sigma/\sqrt{n}$$

1. probléma

μ_0 és σ nem ismert (nem tudjuk azt, amihez hasonlítani kellene)

→ becslés

2. probléma

nem tudjuk, hogy az a folyamat, amiből μ és σ becslését végeztük, stabil-e

→ ellenőrzése kártyával

Előzetes adatfelvétel

I fázis: a stabilitás megteremtése, beavatkozási határok (előzetes adatfelvétel)

II fázis: gyártásközi ellenőrzés a korábban megállapított beavatkozási határokkal

Az átlag-terjedelem kártya

A gyártásból bizonyos időközönként *n* elemű (tipikusan *n*=3 - 5) mintát veszünk. Kiszámítjuk a minta terjedelmét és az *n* elemű minta átlagát:

$$R = |x_{max} - x_{min}| \qquad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$$

Az *i*-edik mintára így egy R_i terjedelmet és $\bar{x}_i$ átlagot kapunk.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \qquad \text{ahol} \qquad \bar{R} = \frac{1}{m}\sum_i R_i$$

Az átlag (X-bar) kártya szerkesztése

Előzetes adatfelvétel $\mu_0 - 3\sigma/\sqrt{n} < \bar{x} < \mu_0 + 3\sigma/\sqrt{n}$

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{m}\sum_i \bar{x}_i$$ (m a minták száma, $\bar{x}_i$ az i-edik minta átlaga)

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$ (fölső beavatkozási határ)

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$ (alsó beavatkozási határ)

Gyártásközi ellenőrzéshez

$\bar{\bar{x}}$ és $\bar{R}$

az előzetes adatfelvételből, vagyis a középvonal és a beavatkozási határok már adottak

A terjedelem (R: range) kártya szerkesztése

Előzetes adatfelvétel

$$\mathrm{H}_0 : Var(x) = \sigma_0^2$$

$$CL_R = \overline{R} = \frac{1}{m}\sum_i R_i \qquad \hat{\sigma}_R = d_3\hat{\sigma} = \frac{d_3\overline{R}}{d_2}$$

A beavatkozási határok a $\pm 3\sigma$ választás esetén:

$$UCL_R = \overline{R} + 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} + 3\frac{d_3\overline{R}}{d_2} = \overline{R}\left(1 + 3\frac{d_3}{d_2}\right) = D_4\overline{R}$$

$$LCL_R = \overline{R} - 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} - 3\frac{d_3\overline{R}}{d_2} = D_3\overline{R}$$

Ha *LCL*-re negatív érték adódik, zérusra igazítjuk.

n	d_2	d_3	c_4	A_2	A_3	B_3	B_4	D_3	D_4
2	1.128	0.853	0.7979	1.880	2.659	0	3.267	0	3.267
3	1.693	0.886	0.8862	1.023	1.954	0	2.568	0	2.574
4	2.059	0.880	0.9213	0.729	1.628	0	2.266	0	2.282
5	2.326	0.864	0.9400	0.577	1.427	0	2.089	0	2.114

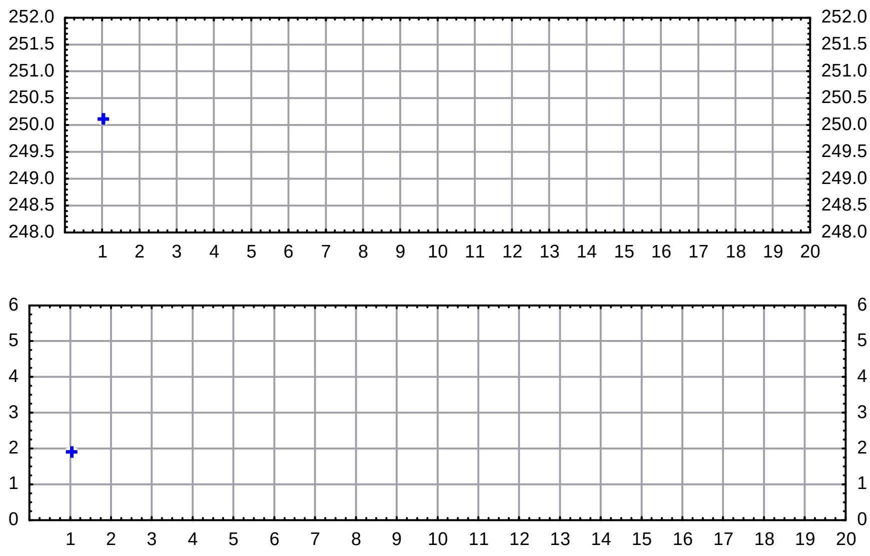
n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
d_2	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078

n	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
d_2	3.173	3.258	3.336	3.407	3.472

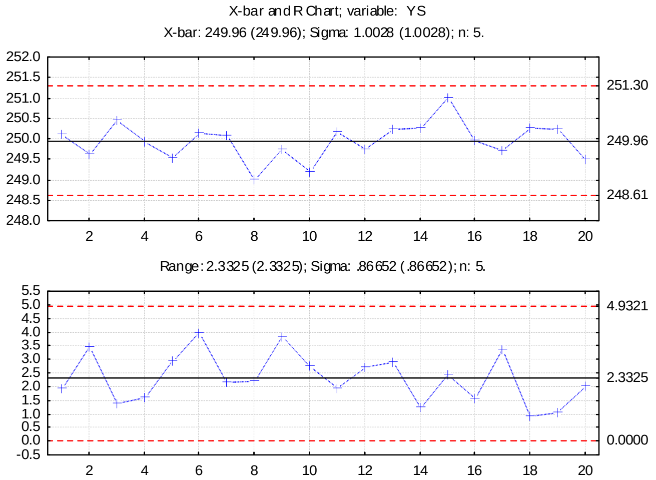
2. példa

Készítsünk átlag-terjedelem kártyát a táblázatban található adatokból!

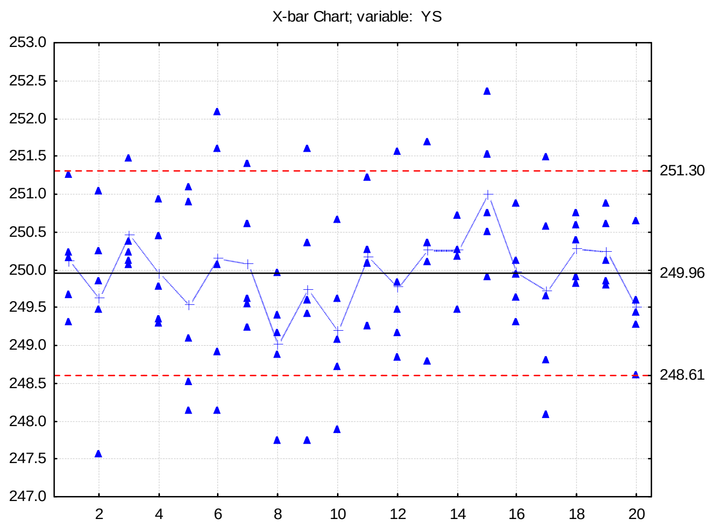
i	mintaelem					átlag	medián	R	s	s^2
1	251.25	249.67	250.15	250.22	249.30	250.118	250.150	1.950	0.7353	0.5407
2	247.56	249.84	251.04	249.47	250.25					
3	251.47	250.23	250.07	250.12	250.37					
4	249.35	249.77	249.29	250.92	250.44	249.954	249.770	1.630	0.7087	0.5022
5	249.09	251.09	248.14	248.51	250.90	249.546	249.090	2.950	1.3671	1.8688
6	251.59	248.13	250.06	248.92	252.09	250.158	250.060	3.960	1.6910	2.8596
7	250.61	249.55	249.23	249.61	251.39	250.078	249.610	2.160	0.8974	0.8053
8	249.95	247.74	249.40	248.88	249.16	249.026	249.160	2.210	0.8196	0.6717
9	247.74	249.42	249.59	251.59	250.36	249.740	249.590	3.850	1.4082	1.9830
10	247.89	250.65	249.61	249.08	248.72	249.190	249.080	2.760	1.0285	1.0578
11	249.26	250.08	251.22	250.08	250.26	250.180	250.080	1.960	0.6990	0.4886
12	249.83	249.46	248.83	251.56	249.16	249.768	249.460	2.730	1.0676	1.1399
13	250.36	250.10	251.68	250.36	248.78	250.256	250.360	2.900	1.0311	1.0631
14	250.71	250.26	250.18	249.47	250.72	250.268	250.260	1.250	0.5110	0.2611
15	250.50	252.36	251.52	249.91	250.75	251.008	250.750	2.450	0.9514	0.9051
16	250.11	250.87	249.31	249.93	249.63	249.970	249.930	1.560	0.5879	0.3456
17	248.81	249.65	248.08	250.57	251.48	249.718	249.650	3.400	1.3549	1.8357
18	249.90	249.81	250.59	250.38	250.74	250.284	250.380	0.930	0.4132	0.1707
19	250.88	249.79	249.85	250.11	250.61	250.248	250.110	1.090	0.4790	0.2294
20	249.27	248.61	250.64	249.43	249.60	249.510	249.430	2.030	0.7347	0.5398
átl.						249.955	249.850	2.333	0.9181	0.9643



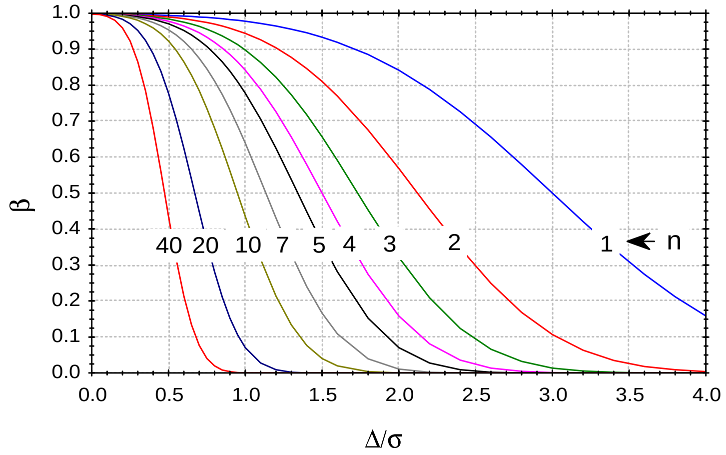
Méréses ellenőrző kártyák



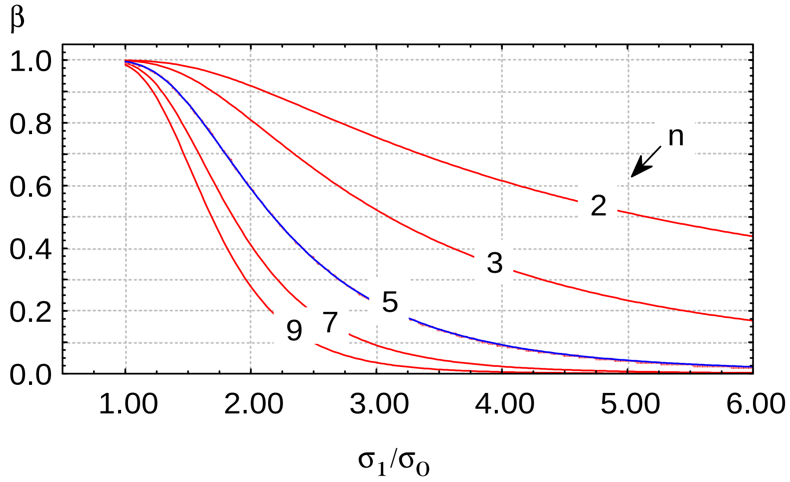
A beavatkozási határok az átlagra vonatkoznak!



Az átlag-kártya működési jelleggörbéje (α=0.0027)

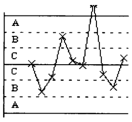


A terjedelem-kártya működési jelleggörbéje
($\pm 3\sigma$, azaz α=0.0027?)



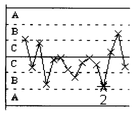
A Western Electric algoritmikus szabályai

1. Egy pont az A zónán kívül



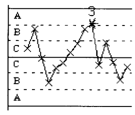
a. ábra

2. Kilenc egymást követő pont a középvonal egyik oldalán



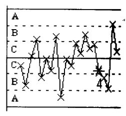
b. ábra

3. Hat egymást követő pont növekvő vagy csökkenő menetű



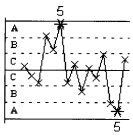
c. ábra

4. Tizennégy egymás utáni pont le-föl váltakozik



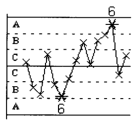
d. ábra

5. Három egymást követő pont közül kettő az A zónában vagy azon túl



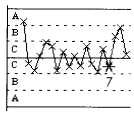
e. ábra

6. Öt egymást követő pont közül négy a B zónában vagy azon túl (a középső vonal egy oldalán)



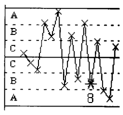
f. ábra

7. Tizenöt pont egymás után a C zónában (a középvonal bármelyik oldalán)



g. ábra

8. Nyolc egymást követő pont a C zónán kívül (a középvonal bármelyik oldalán)



h. ábra

3. példa
Készítsünk átlag-terjedelem-kártyát a cpdata1.sta adatfile YS5 oszlopára! Hajtsuk végre a Western Electric szabályok szerinti ellenőrzéseket is!

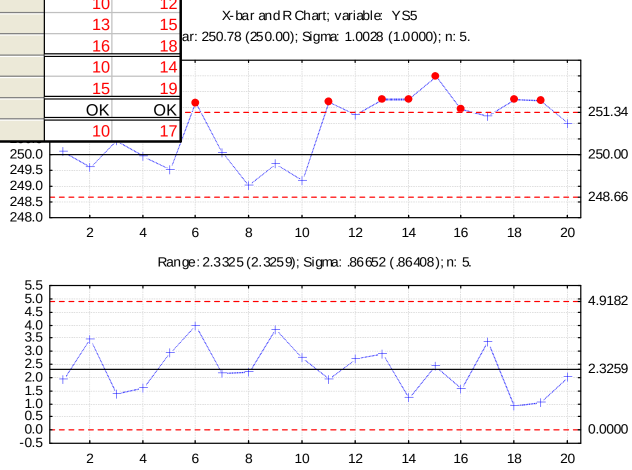
Az előzetes adatfelvétel szerinti várható érték 250., variancia 1.0.

Előzetes adatfelvétel vagy gyártásközi ellenőrzés?

Statistics>Industrial Statistics>Quality Control Charts
X-bar & R chart for variables
Variables: YS, Sample
Runs test

YS5 ; Runs Tests (CPDATA1.STA)
X-bar Chart
Center line: 250.000000 Sigma: 0.448477

Zones A/B/C: 3.000/2.000/1.000 * Sigma Tests for special causes (runs rules)	from sample	to sample
9 samples on same side of center	11	19
6 samples in row in/decreasing	OK	OK
14 samples alternating up & down	OK	OK
2 of 3 samples in Zone A or beyond	10	12
	13	15
	16	18
4 of 5 samples in Zone B or beyond	10	14
	15	19
15 samples in Zone C	OK	OK
8 samples beyond Zone C	10	17



Mikor használjunk átlag-kártyát ?

- ha a minta hasonló körülmények között vett több elemből állhat;
- ha nagy ($\Delta \geq 2\sigma$) eltérések várhatók, és ezeket akarjuk észlelni;
- ha a kis eltérések nem járnak súlyos gazdasági következményekkel (nem kerülnek sokba);
- ha az eljárás egyszerűsége fontos szempont, de azért az alkalmazóknak nem okoz nehézséget az átlag kiszámítása;
- a mintavételi költség viszonylag kicsi.

Mikor ne használjunk átlag-kártyát ?

- ha nem lehet a mintákat csoportokba osztani;
- ha a csoportokon belüli ingadozás a csoportok közötti véletlen ingadozáshoz képest túl kicsi, ekkor ugyanis túl sok kieső értéket találunk;
- ha a kimutatandó eltérés a ($0.5\sigma<\Delta<2\sigma$) tartományba esik;
- ha a mintavétel/mérés költséges, és többe kerülne, mint amit az ellenőrzéssel nyerhetnénk;
- a folyamat lényegénél fogva ciklikus vagy trend jellegű, ekkor ugyanis az egymás utáni minták nem függetlenek.

Az átlag-kártya előkészítésének és alkalmazásának lépései

- A mérendő változó meghatározása: olyan jellemzőt választunk, ami a minőség szempontjából releváns (problémát okoz vagy okozhat); mérése ne kerüljön többe, mint annak a költsége, ha nem használunk statisztikai minőségszabályozást.
- A minta-elemszám meghatározása: a mintán belüli változékonyság sokkal kisebb legyen, mint a minták közötti, 4-6 elemű mintát szokás venni, 5 tipikusnak nevezhető.

- A folyamat eloszlása paramétereinek (μ és σ^2) előzetes becslése a minta-elemszám meghatározásához; n<10 esetén használhatunk terjedelem-kártyát.
- Előzetes adatfelvétel a folyamat eloszlása paramétereinek (μ és σ^2) becslésére, ehhez megfelelő kártya-kombináció választása, 25 minta gyűjtendő.

  Az adatok ábrázolása kártyákon, a középvonal és a beavatkozási határok kiszámítása; instabilitás vizsgálata, a veszélyes hibák okainak megtalálása és azok kiküszöbölése után a megfelelő pontok elhagyandók.

- Gyártásközi ellenőrzés akkor kezdődhet, ha az előzetes adatfelvétel során a folyamat stabilnak bizonyult. Az elemzést a szóródási jellemző (pl. terjedelem) kártyájával kell kezdeni, mert az átlag-kártya határai σ=konst esetre érvényesek. Ha kieső érték van, először számolási vagy adatleírási hibára gyanakodjunk, annak kiszűrése a legolcsóbb.
- A gyártásközi ellenőrzésnek a gyártással egy időben kell folynia, keveset ér, ha megtudjuk, hogy az előző napon valami történt.

Ellenőrző kártya egyedi értékekre

A termékek egyenként keletkeznek, vagy a gyártás lassú ahhoz, hogy csoportokat lehessen formálni a termékekből. Ilyenkor nincs többelemű minta, nem tudunk terjedelmet (szórást) számolni.

Egyedi érték (I vagy X) kártya

Középvonal és a beavatkozási határok:

$$CL_x = \bar{x}$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m} MR_i}{m-1}$$

$$MR_i = \left| x_i - x_{i-1} \right|$$

mozgó terjedelem (Moving Range)

$$UCL_x = \bar{x} + \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$$

$$LCL_x = \bar{x} - \frac{3\overline{MR}}{d_2}$$

Mozgó terjedelem (MR) kártya

A középvonal és a beavatkozási határok:

$$CL_{MR} = \overline{MR}$$

$$UCL_R = \overline{R} + 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} + 3\frac{d_3\overline{R}}{d_2} = D_4\overline{R}$$

$$UCL_{MR} = D_4\overline{MR}$$

$$LCL_{MR} = D_3\overline{MR}$$

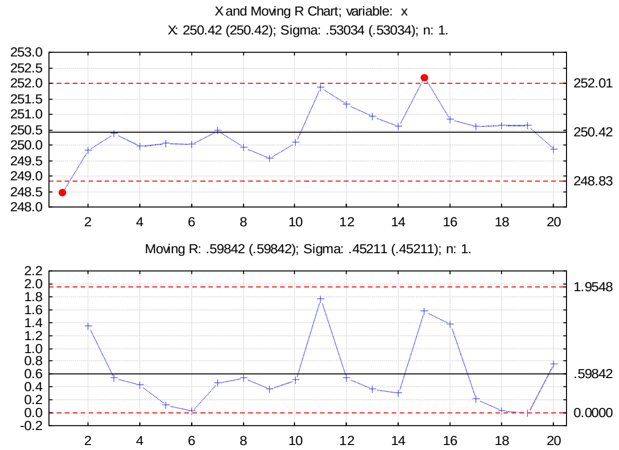
4. példa

Készítsünk egyedi érték + mozgó terjedelem kártyát a következő adatokból!
Indiv1.sta

Előzetes adatfelvétel vagy gyártásközi ellenőrzés?

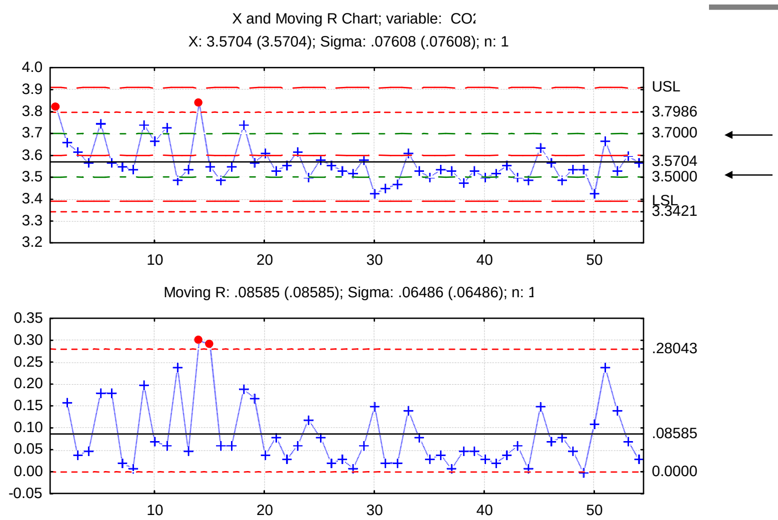
	x_i	$MR_i = \lvert x_i - x_{i-1}\rvert$
1	248.49	-
2	249.84	1.35
3	250.39	
4	249.96	
5	250.08	
6	250.04	
7	250.50	0.46
8	249.95	0.55
9	249.57	0.38
10	250.09	0.52
11	251.86	1.77
12	251.32	0.54
13	250.94	0.38
14	250.63	0.31
15	252.21	1.58
16	250.83	1.38
17	250.61	0.22
18	250.64	0.03
19	250.64	0.00
20	249.88	0.76
átlag	250.4235	0.5984

Statistics>Industrial Statistics>Quality Control Charts
Individuals & moving range
Variables: X



5. példa

CO_2 nyomásának névleges értéke 3.6 bar, az előírt minimum 3.39 bar, maximum 3.91 bar. Az üzemben elhatározott beavatkozási határok 3.5 és 3.7 bar.



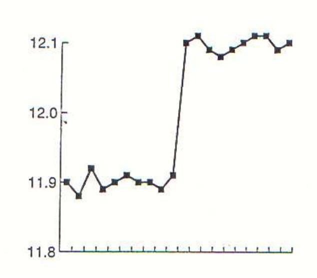
Az ábrázolás haszna,
avagy mire szolgálnak az ellenőrző kártyák

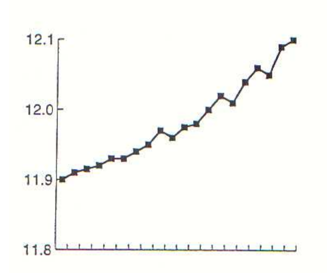
(T. Pyzdek: The Six Sigma Handbook, McGraw-Hill - Quality Publishing, 1999)

100 palack töltött tömege, átlag 11.95 uncia, szórás 0.1 uncia

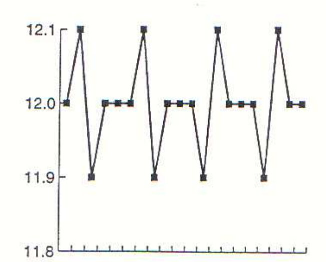
USL=12.1, LSL=11.9

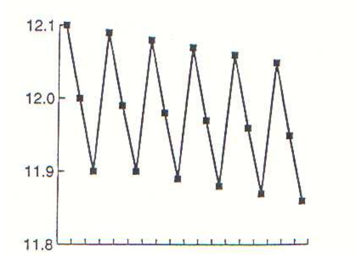
Mit tegyünk vele?



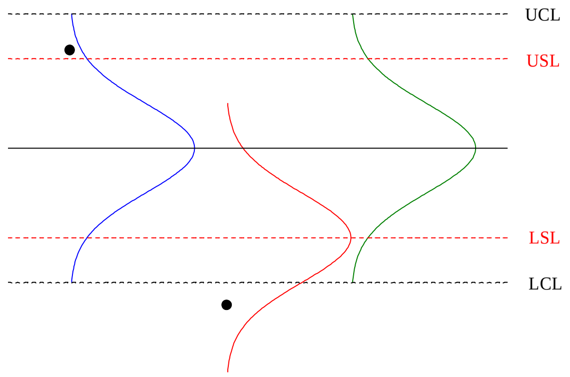


(run charts)

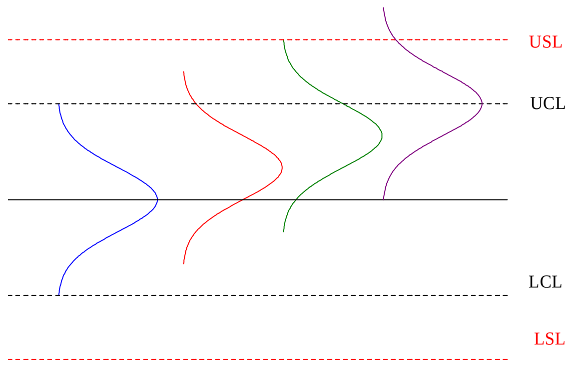




Miért nem a tűréshatárokhoz szabályozunk?



a)



b)