# VEGYIPARI MŰVELETEK I. – SZÁMÍTÁSI GYAKORLATOK

## A.: HIDRODINAMIKAI MŰVELETEK

**A Vegyipari műveleti számítások I.**
**(Műegyetemi Kiadó, 2003, 60861) egyetemi jegyzet**
**alapján írta**

**Angyalné Dr. Koczka Katalin**

**Dr. Cséfalvay Edit**

**Dr. Deák András**

**Dr. Farkas Tivadar**

**Lakné Dr. Komka Kinga**

**Dr. Mika László Tamás**

**Dr. Székely Edit**

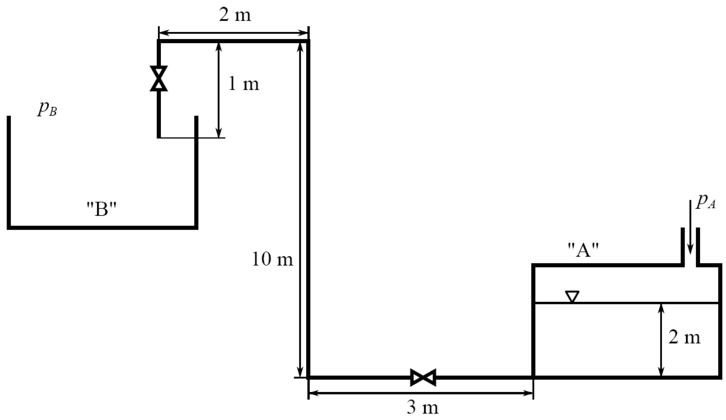
**Tartalomjegyzék**

# 1. Feladatok

## *1.1. Áramlástan*

### 1.1. feladat

Az „A” tartályból nyomás alkalmazásával juttatjuk fel a vizet a légkörre nyitott „B” tartályba 16/20 mm-es horganyzott vas csővezetéken. Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető. Mekkora nyomást kell biztosítani az “A’ tartályban a folyadék felszíne felett, hogy óránként 0,724 m$^3$ folyadékot juttassunk föl a „B” tartályba? ($\rho$ = 1000 kg/m$^3$, $\eta$ = 1 mPas)

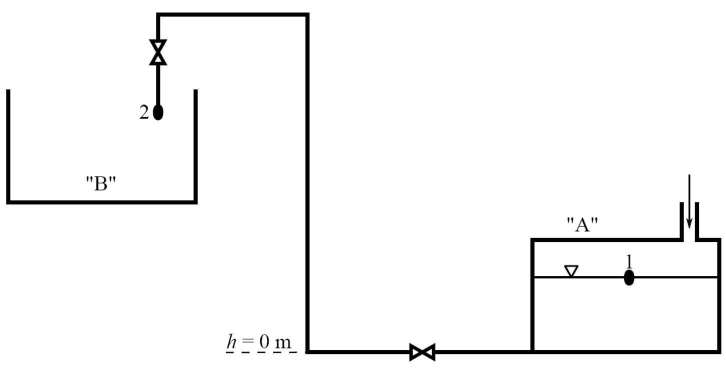



*1.1. ábra 1.1. feladat*

Megoldás:

A feladat megoldásához fel kell írni a Bernoulli-egyenletet két pont között. Az 1. pontnak az „A” tartály folyadékfelszínét választjuk, a 2. pontnak a csővezeték végét.

Ezen kívül ki kell jelölni a h = 0 m helyét a magasságok megadásához. Ezt célszerű a rendszer legalsó pontjára tenni, hogy elkerüljük a negatív magasságokkal való számolást.




*1.2. ábra Bernoulli-egyenlethez szükséges pontok kijelölése az 1.1. feladatban*

Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2 \cdot \rho}{2} + h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + h_2 \cdot \rho \cdot g + p_2 + f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

Célunk az 1. pontban a nyomás, $p_1$ meghatározása.

Magasságok

A magasságok az ábrán megadott méretek alapján $h_1$ = 2 m és $h_2$ = 9 m.

Folyadéksebességek

$v_1$= 0 m/s, mert a feladat szövege szerint az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető. (Megjegyzés: Ezt a közelítést akkor is gyakran használjuk, ha az 1. pont egy nagy alapterületű tartály folyadékfelszínén van, a 2. pont pedig egy csővezetékben. Ebben az esetben a kontinuitás miatt a tartály folyadékfelszínének sebessége elhanyagolhatóan kicsi a folyadék sebességéhez a csővezetékben képest.)

A 2. pontban a sebesség a térfogatáram alapján számítható.

$$\dot{V} = A \cdot v_2$$

$$v_2 = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{D_{cső}^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{0{,}724\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{\frac{(0{,}016\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4}} \cdot \frac{1}{3600\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}}} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Nyomás

A 2. pontban a nyomás légköri, azaz $p_2 = 10^5$ Pa.

Csősúrlódási tényező

A csősúrlódási tényező meghatározásához először a Reynolds-számot kell kiszámítanunk.

$$\mathrm{Re} = \frac{D \cdot v \cdot \rho}{\eta} = \frac{0{,}016\,\mathrm{m} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 1{,}6 \cdot 10^4$$

Szükségünk van még a relatív érdességre is. A relatív érdességet a *Csövek relatív érdessége diagram* (9.2. ábra) alapján a cső belső átmérője és a cső anyaga alapján lehet meghatározni.

$$\left.\begin{array}{l} D_{cső} = 1{,}6\,\mathrm{cm} \\ \text{horganyzott vas} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Csövek relatív érdessége diagram}} \frac{\varepsilon}{D} = 0{,}01$$

A Reynolds-szám és a relatív érdesség ismeretében a csősúrlódási tényező a *Re – f diagramról* (9.3. ábra) leolvasható.

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re} = 1{,}6 \cdot 10^4 \\ \frac{\varepsilon}{D} = 0{,}01 \end{array}\right\} \xrightarrow{Re-f\ \text{diagram}} f = 0{,}0415$$

Összes csőhossz

A súrlódási veszteség számításához nem csak a csövek, de a szerelvények és idomok okozta veszteségeket is figyelembe kell vennünk. Az ábra alapján a csővezetékben 2 db szelep (átmenő szelep nyitva) és 3 db derékszögű könyök (könyök idom 90°) van. Ehhez meg kell határoznunk a szerelvények egyenértékű csőhosszát, azaz hogy az adott szerelvény okozta veszteség milyen hosszú cső veszteségével egyezik meg.

$$L_{össz} = L_{cső} + L_e$$

A szerelvények egyenértékű csőhosszát az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogram* (9.1. ábra) segítségével tudjuk meghatározni a cső belső átmérője és a szerelvény típusa alapján: $L_{e,szelep}$ = 5,5 m; $L_{e,könyök}$ = 0,32 m.

Így már számítható az összes csőhossz.

$$L_{össz} = L_{cső} + L_e = L_{cső} + 2 \cdot L_{e,szelep} + 3 \cdot L_{e,könyök} = 16\,\mathrm{m} + 2 \cdot 5{,}5\,\mathrm{m} + 3 \cdot 0{,}32\,\mathrm{m} = 27{,}96\,\mathrm{m}$$

Egyenérték csőátmérő

Mivel a folyadék kör keresztmetszetű csőben áramlik, az egyenérték csőátmérő a csővezeték belső átmérőjével egyezik meg.

Nyomás

A Bernoulli-egyenletben már csak a $p_1$ értéke ismeretlen.

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + h_2 \cdot \rho \cdot g + p_2 + f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

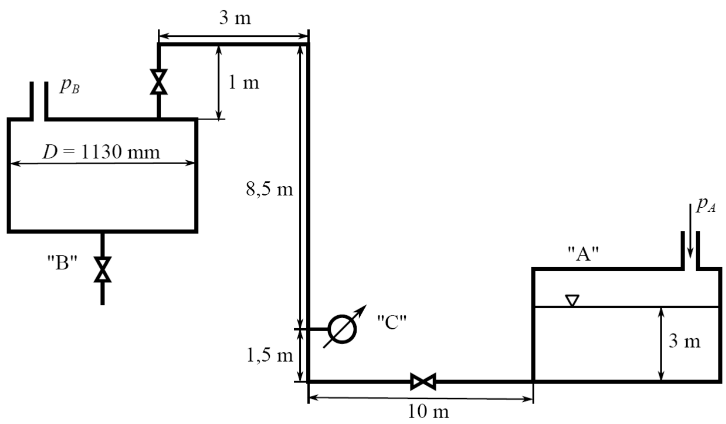
$$p_1 = (h_2 - h_1) \cdot \rho \cdot g + p_2 + \left( f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

$$p_1 = (9\,\mathrm{m} - 2\,\mathrm{m}) \cdot 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 10^5\,\mathrm{Pa} + \left( 0{,}0415 \cdot \frac{27{,}96}{0{,}016\,\mathrm{m}} + 1 \right) \cdot \frac{\left(1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{2}$$

$$p_1 = 2{,}05 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$$

*1.2. feladat*

Az „A” tartályból folyadékot szállítunk a légkörre nyitott „B” tartályba 2 cm-es kereskedelmi acélcsövön. A folyadék sűrűsége 920 kg/m$^3$, viszkozitása 0,8 mPas.




*1.3. ábra 1.2. feladat*

a) Az átmenő szelep kinyitásának pillanatában a „B” jelű tartály üres, és a tartály aljánál levő szelep el van zárva. Mennyi idő alatt lesz a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, ha az „A” jelű tartályban 1,325 bar túlnyomást alkalmazunk? Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.

b) Mekkora nyomást mutat a „B” tartály feltöltése közben a „C”-vel jelölt manométer?

c) Amikor a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, kinyitjuk a tartály alatti szelepet. A tartályból a folyadék egy durván megmunkált, 2 cm belső átmérőjű csövön folyik ki a folyadék ($\alpha$ = 0,8). Stacionárius állapotban hova áll be a tartályban a folyadékszint? A kifolyó cső hossza 1 m, a cső és a rajta levő szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható.

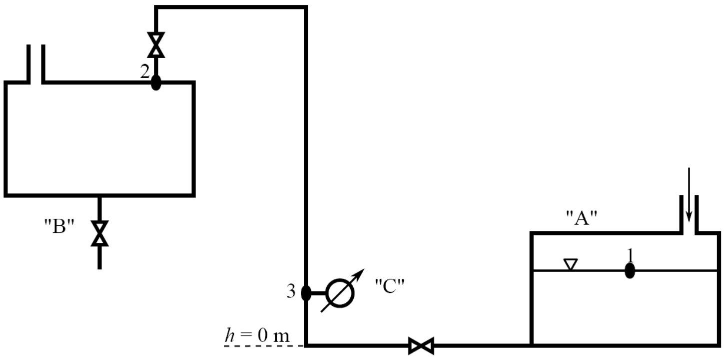
d) Stacionárius állapotban leállítjuk a „B” tartály feltöltését. Mennyi idő alatt csökken le a folyadékszint a „B” tartályban 10 cm-re?

Megoldás:

a) Az átmenő szelep kinyitásának pillanatában a „B” jelű tartály üres, és a tartály aljánál levő szelep el van zárva. Mennyi idő alatt lesz a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, ha az „A” jelű tartályban 1,325 bar túlnyomást alkalmazunk? Az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.

A feladat megoldásához meg kell határoznunk a folyadék térfogatáramát, illetve sebességét. Ehhez fel kell írni a Bernoulli-egyenletet két pont között. Az 1. pontnak az „A” tartály folyadékfelszínét választjuk, a 2. pontnak a csővezeték végét.

Ezen kívül ki kell jelölni a $h = 0$ m helyét a magasságok megadásához. Ezt célszerű a rendszer legalsó pontjára tenni, hogy elkerüljük a negatív magasságokkal való számolást.




*1.4. ábra Bernoulli-egyenlethez szükséges pontok kijelölése az 1.2. feladatban*

Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2 \cdot \rho}{2} + h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + h_2 \cdot \rho \cdot g + p_2 + f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

Célunk a 2. pontban a sebesség, $v_2$ meghatározása.

Magasságok

A magasságok az ábrán megadott méretek alapján $h_1 = 3$ m és $h_2 = 9$ m.

Folyadéksebesség

$v_1 = 0$ m/s, mert a feladat szövege szerint az „A” tartályban a folyadékszint állandónak tekinthető.

Nyomások

A feladat szerint az „A” jelű tartályban 1,325 bar túlnyomást alkalmazunk, azaz $p_1 = 2{,}325 \cdot 10^5$ Pa.

A 2. pontban a nyomás légköri, azaz $p_2 = 10^5$ Pa.

Összes csőhossz

Az ábra alapján a csővezetékben 2 db szelep (átmenő szelep nyitva) és 3 db derékszögű könyök (könyök idom 90°) van. A manométer csonkjának ellenállása elhanyagolható. (Megjegyzés: Az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogramon* (9.1. ábra) a szabvány T idom arra az esetre vonatkozik, ha az elágazás mindkét ágába továbbfolyik a folyadék.)

A szerelvények egyenértékű csőhossza az *Idomok, szerelvények egyenértékű csőhossza nomogram* alapján: $L_{e,szelep} = 6{,}5$ m; $L_{e,könyök} = 0{,}4$ m.

Így már számítható az összes csőhossz.

$$L_{össz} = L_{cső} + L_e = L_{cső} + L_{e,szelep} + 2 \cdot L_{e,könyök} = 24\,\mathrm{m} + 2 \cdot 6{,}5\,\mathrm{m} + 3 \cdot 0{,}4\,\mathrm{m} = 38{,}2\,\mathrm{m}$$

Egyenérték csőátmérő

Mivel a folyadék kör keresztmetszetű csőben áramlik, az egyenérték csőátmérő a csővezeték belső átmérőjével egyezik meg.

Csősúrlódási tényező

A csősúrlódási tényező ismeretlen. Értéke függ a szintén ismeretlen folyadéksebességtől. Az ilyen jellegű feladatok megoldását iterálással, vagy Kármán-módszerrel végezhetjük el.

*Sebesség meghatározása iterálással*

1. A relatív érdesség ismeretében a *$Re - f$ diagram* (9.3. ábra) segítségével megadunk a csősúrlódási tényezőnek egy kezdeti értéket, amelyet olyan magas Reynolds-számhoz olvasunk le, amelynél a csősúrlódási tényező már nem függ a Reynolds-számtól.
2. Ezen csősúrlódási tényezővel a Bernoulli-egyenletből meghatározzuk a folyadéksebességet.
3. A folyadéksebesség ismeretében a Reynolds-szám és a relatív érdesség segítségével számítunk egy új csősúrlódási tényezőt.
4. Ha az új csősúrlódási tényező a korábbitól egy előre meghatározott hibánál kisebb mértékben tér el, akkor az eredményt elfogadjuk. Ha az eltérés nagyobb, mint a megengedett hiba, akkor ezzel az új csősúrlódási értékkel folytatjuk az iterációt. A megengedhető hiba nagyságát minden esetben az aktuális igények alapján kell meghatározni. A számolási gyakorlatok során egységesen legfeljebb 5%-os hibát engedünk meg.

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{\varepsilon}{D} \\ \text{magas } Re\end{matrix}\right\} \xrightarrow{Re\,\text{-}\,f\ \text{diagram}} f \xrightarrow{\text{Bernoulli-egyenlet}} v' \xrightarrow{Re,\ \frac{\varepsilon}{D}} f'$$

*1.5. ábra Sebesség meghatározása iterálással*

Relatív érdesség

A *Csövek relatív érdessége diagram* (9.2. ábra) segítségével a cső belső átmérője és a cső anyaga alapján.

$$\left.\begin{matrix}D_{cső} = 2\,\mathrm{cm} \\ \text{kereskedelmi acél}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{Csövek relatív érdessége diagram}} \frac{\varepsilon}{D} = 0{,}0025$$

Becsült csősúrlódási tényező

$$\left.\begin{matrix}\text{magas } Re \\ \dfrac{\varepsilon}{D} = 0{,}0025\end{matrix}\right\} \xrightarrow{Re - f\ \text{diagram}} f_{becs} = 0{,}025$$

Folyadéksebesség

A Bernoulli-egyenletből a becsült csősúrlódási tényező segítségével számítható a folyadéksebesség.

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = h_2 \cdot \rho \cdot g + p_2 + \left( f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(h_1 - h_2) \cdot \rho \cdot g + p_1 - p_2}{\left( f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{\rho}{2}}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(3\,\mathrm{m} - 9\,\mathrm{m}) \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 2{,}325 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} - 10^5\,\mathrm{Pa}}{\left( 0{,}025 \cdot \frac{38{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}02\,\mathrm{m}} + 1 \right) \cdot \frac{920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{2}}} = 1{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Reynolds-szám

$$\mathrm{Re} = \frac{D_e \cdot v_2 \cdot \rho}{\eta} = \frac{0{,}02\,\mathrm{m} \cdot 1{,}87\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{0{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 4{,}30 \cdot 10^4$$

Új csősúrlódási tényező

A Reynolds-szám és a relatív érdesség ismeretében az új csősúrlódási tényező a *Re – f diagramról* (9.3. ábra) leolvasható.

$$\left. \begin{aligned} Re &= 4{,}30 \cdot 10^4 \\ \frac{\varepsilon}{D} &= 0{,}0025 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{Re - f\ \mathrm{diagram}} f = 0{,}00285$$

Az új csősúrlódási tényező a becsült $f_{becs} = 0{,}0025$ értéktől 14%-kal magasabb. Ez nagyobb, mint a megengedett eltérés, így az iterációt az új csősúrlódás értékkel folytatjuk.

Új folyadéksebesség

$$v'_2 = \sqrt{\frac{(h_1 - h_2) \cdot \rho \cdot g + p_1 - p_2}{\left( f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{\rho}{2}}}$$

$$v'_2 = \sqrt{\frac{(3\,\mathrm{m} - 9\,\mathrm{m}) \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 2{,}325 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} - 10^5\,\mathrm{Pa}}{\left( 0{,}0285 \cdot \frac{38{,}2\,\mathrm{m}}{0{,}02\,\mathrm{m}} + 1 \right) \cdot \frac{920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{2}}} = 1{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Új Reynolds-szám

$$Re' = \frac{D_e \cdot v'_2 \cdot \rho}{\eta} = \frac{0{,}02\,\mathrm{m} \cdot 1{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{0{,}8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 4{,}03 \cdot 10^4$$

Új csősúrlódási tényező

$$\left. \begin{aligned} Re' &= 4{,}0 \cdot 10^4 \\ \frac{\varepsilon}{D} &= 0{,}0025 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{Re - f\ \mathrm{diagram}} f' = 0{,}0029$$

Ez az érték az előző csősúrlódási tényezőtől csupán 3,6%-ban tér el, ami a megengedett hibahatáron belül van. Tehát az eredményünk elfogadható.

Térfogatáram

$$\dot{V}_2 = v'_2 \cdot A_{cső} = v'_2 \cdot \frac{(D_{cső})^2 \cdot \pi}{4} = 1{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{(0{,}02\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} = 5{,}50 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Átfolyt folyadék térfogata

$$V = h_B \cdot A_{tartály} = h_B \cdot \frac{(D_{tartály})^2 \cdot \pi}{4} = 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{(1{,}13\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} = 1\,\mathrm{m}^3$$

Idő

$$t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{1\,\mathrm{m}^3}{5{,}50 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}} = 1819\,\mathrm{s} = 30{,}3\,\mathrm{min}$$

*Kármán-módszer*

A Kármán-módszer segítségével a súrlódási nyomásveszteség alapján lehet meghatározni a folyadéksebességet, illetve a csősúrlódási tényezőt. Viszont ha a $v_2$ ismeretlen, akkor a Bernoulli-egyenletből nem tudjuk kifejezni a súrlódási nyomásveszteséget a $v_2$-t tartalmazó sebességi tag miatt.

A Kármán-módszer általunk használt közelítésében a súrlódási nyomásveszteségbe a $v_2$-t tartalmazó sebességi tagot is belevesszük.

$$\Delta p_{súrlódás} = f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

$$\Delta p_{veszteség} = f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} = \left( f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

Ez a közelítés akkor nem okoz problémát, ha $f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} >> 1$. Ha például $f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} > 20$, akkor ezzel a közelítéssel kevesebb, mint 5%-os hibát okozunk. A Kármán-módszer használata előtt ellenőrizni kell, hogy nem okozunk-e a megengedettnél nagyobb hibát a fenti közelítéssel.

1. A relatív érdesség ismeretében a *$Re - f$ diagram* (9.3. ábra) segítségével megadunk a csősúrlódási tényezőnek egy becsült értéket, amelyet olyan magas Reynolds-számhoz olvasunk le, amelynél a csősúrlódási tényező már nem függ a Reynolds-számtól.
2. Ha $\dfrac{f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D_e}}{1 + f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D_e}} > 0{,}95$, akkor a Kármán-módszerrel kapott eredmény 5%-os hibahatáron belül lesz. (A megengedhető hiba nagyságát minden esetben az aktuális igények alapján kell meghatározni. A számolási gyakorlatok során egységesen legfeljebb 5%-os hibát engedünk meg.)
3. Ha a fenti reláció nem teljesül, akkor az alábbi nyomáskülönbség alapján számolunk.

$$\Delta p := \Delta p_{veszt} \cdot \frac{f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D_e}}{1 + f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D_e}}$$

4. Ebben az esetben ellenőrizni kell, hogy a fenti $\Delta p$ és az új sebességből számolt $\Delta p_{súrlódási}$ eltérése kisebb-e, mint a megfelelő hibahatár. Ha az eredmény nem megfelelő, akkor a kiszámított sebességgel számítunk egy $\Delta p_{súrlódási}$ értéket, és azzal számítjuk végig a Kármán-módszert addig, amíg megfelelő eredményt nem kapunk (iterálunk).
5. A nyomáskülönbség ($\Delta p_{veszt}$ vagy a korrigált $\Delta p$ érték) segítségével kiszámítjuk $Re \cdot \sqrt{f}$ értékét.

$$Re \cdot \sqrt{f} = \frac{D_e \cdot \rho}{\eta} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot D_e \cdot \Delta p}{L_{össz} \cdot \rho}}$$

6. $Re \cdot \sqrt{f}$ és a relatív érdesség ismeretében meghatározzuk $\frac{1}{\sqrt{f}}$ értékét a $Re \cdot \sqrt{f} - \frac{1}{\sqrt{f}}$ *diagram* (9.4. ábra), vagy a Colebrook-képlet alapján:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log\left( \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{f}} + \frac{1}{3,72} \cdot \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

7. $\frac{1}{\sqrt{f}}$ ismeretében kiszámítjuk a folyadéksebességet.

$$v = \frac{1}{\sqrt{f}} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta p \cdot D_e}{L_{össz} \cdot \rho}}$$

Becsült csősúrlódási tényező

$$\left.\begin{matrix} \text{magas } Re \\ \frac{\varepsilon}{D} = 0,0025 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{Re - f \text{ diagram}} f_{becs} = 0,025$$

Kármán-módszer előzetes ellenőrzése

$$\frac{f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D}}{1 + f_{becs} \cdot \frac{L_{össz}}{D}} = \frac{0,025 \cdot \frac{38,2\,\mathrm{m}}{0,02\,\mathrm{m}}}{1 + 0,025 \cdot \frac{38,2\,\mathrm{m}}{0,02\,\mathrm{m}}} = 0,979$$

Ez nagyobb, mint 0,95, azaz a közelítéssel 5%-nál kisebb hibát okozunk.

Nyomásveszteség

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + h_2 \cdot \rho \cdot g + p_2 + f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2}$$

$$\Delta p_{veszteség} = f \cdot \frac{L_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} + \frac{v_2^2 \cdot \rho}{2} = (h_1 - h_2) \cdot \rho \cdot g + p_1 - p_2$$

$$\Delta p_{veszteség} = (3\,\mathrm{m} - 9\,\mathrm{m}) \cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 2,325 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} - 10^5\,\mathrm{Pa} = 7,83 \cdot 10^4\,\mathrm{Pa}$$

$\frac{1}{\sqrt{f}}$ meghatározása

$$Re\cdot\sqrt{f} = \frac{D_e\cdot\rho}{\eta}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot D_e\cdot\Delta p}{L_{össz}\cdot\rho}} = \frac{0{,}02\,\mathrm{m}\cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{0{,}8\cdot 10^{-3}\ \mathrm{Pas}}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}02\,\mathrm{m}\cdot 7{,}83\cdot 10^4\ Pa}{38{,}2\,\mathrm{m}\cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} = 6868$$

$Re\cdot\sqrt{f} - \frac{1}{\sqrt{f}}$ *diagram* (9.4. ábra) alapján:

$$\left.\begin{aligned} Re\cdot\sqrt{f} &= 6{,}9\cdot 10^3\\ \frac{\varepsilon}{D} &= 0{,}0025\end{aligned}\right\}\xrightarrow{Re\cdot\sqrt{f}-\frac{1}{\sqrt{f}}\ \text{diagram}}\frac{1}{\sqrt{f}} = 5{,}85$$

Colebrook-képlet alapján

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\cdot\log\left(\frac{2{,}51}{Re\cdot\sqrt{f}}+\frac{1}{3{,}72}\cdot\frac{\varepsilon}{D}\right) = -2\cdot\log\left(\frac{2{,}51}{6868}+\frac{1}{3{,}72}\cdot 0{,}0025\right) = 5{,}97$$

Folyadéksebesség

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{f}}\cdot\sqrt{2\cdot\frac{\Delta p\cdot D_e}{L_{össz}\cdot\rho}} = 5{,}98\cdot\sqrt{2\cdot\frac{7{,}83\cdot 10^4\ \mathrm{Pa}\cdot 0{,}02\,\mathrm{m}}{38{,}2\,\mathrm{m}\cdot 920\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} = 1{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Térfogatáram

$$\dot{V}_2 = v_2\cdot A_{cső} = v_2\cdot\frac{(D_{cső})^2\cdot\pi}{4} = 1{,}78\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{(0{,}02\,\mathrm{m})^2\cdot\pi}{4} = 5{,}60\cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Idő

$$t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{1\,\mathrm{m}^3}{5{,}60\cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}} = 1786\,\mathrm{s} = 29{,}77\,\mathrm{min}$$

b) Mekkora nyomást mutat a „B” tartály feltöltése közben a „C”-vel jelölt manométer?

A kérdés megválaszolására fel kell írnunk egy Bernoulli-egyenletet a korábbi 1. pont, és a manométer csonkja (3. pont) között. (Megjegyzés: Ugyanolyan eredményre jutunk, ha a manométer csonkja és a 2. pont között írjuk fel a Bernoulli-egyenletet.)

Bernoulli-egyenlet

$$\frac{v_1^2\cdot\rho}{2}+h_1\cdot\rho\cdot g+p_1 = \frac{v_3^2\cdot\rho}{2}+h_3\cdot\rho\cdot g+p_3+f\cdot\frac{L'_{össz}}{D_e}\cdot\frac{v_3^2\cdot\rho}{2}$$

Célunk a 3. pontban a nyomás, $p_3$ meghatározása.

Magasság

Az ábrán megadott méretek alapján $h_3$ = 1,5 m.

Folyadéksebesség

A kontinuitás miatt, és mert ugyanolyan átmérőjű csőben áramlik a fluidum, a sebesség a manométernél azonos nagyságú lesz, mint az a) feladatban kiszámított érték: $v_3 = v_2$ = 1,86 m/s.

Összes csőhossz

Az 1. és a 2. pont között 1 db szelep és 1 db derékszögű könyök van.

$$L'_{össz} = L'_{cső} + L'_{e} = L'_{cső} + L_{e,szelep} + L_{e,könyök} = 11{,}5\,\text{m} + 6{,}5\,\text{m} + 0{,}4\,\text{m} = 18{,}4\,\text{m}$$

Csősúrlódási tényező

Az a) feladatban a folyadéksebességgel együtt az iterálás alatt meghatároztuk a csősúrlódási tényező értékékét is: $f = 0{,}029$. A csősúrlódási tényező a Kármán-módszer során kiszámított $\frac{1}{\sqrt{f}} = 5{,}97$ értékből is számítható, $f = 0{,}028$.

Nyomás

$$h_1 \cdot \rho \cdot g + p_1 = \frac{v_3^2 \cdot \rho}{2} + h_3 \cdot \rho \cdot g + p_3 + f \cdot \frac{L'_{össz}}{D_e} \cdot \frac{v_3^2 \cdot \rho}{2}$$

$$p_3 = (h_1 - h_3) \cdot \rho \cdot g + p_1 - \left( f \cdot \frac{L'_{össz}}{D_e} + 1 \right) \cdot \frac{v_3^2 \cdot \rho}{2}$$

$$p_3 = (3\,\text{m} - 1{,}5\,\text{m}) \cdot 920\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2{,}325 \cdot 10^5\,\text{Pa} - \left( 0{,}028 \cdot \frac{18{,}4\,\text{m}}{0{,}02\,\text{m}} + 1 \right) \cdot \frac{\left(1{,}78\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 920\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2}$$

$$p_3 = 2{,}07 \cdot 10^5\,\text{Pa}$$

Mivel a manométer túlnyomást mutat, ezért a manométeren $p'_3 = 1{,}07 \cdot 10^5$ Pa látható.

c) Amikor a „B” tartályban a folyadékszint magassága 1 m, kinyitjuk a tartály alatti szelepet. A tartályból a folyadék egy durván megmunkált, 2 cm belső átmérőjű csövön folyik ki a folyadék ($\alpha = 0{,}8$). Stacionárius állapotban hova áll be a tartályban a folyadékszint? A kifolyó cső és a rajta levő szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható.

Stacionárius állapotban a „B” tartályba befolyó és kifolyó áramok térfogatárama azonos. Az a) feladatban kiszámolt folyadéksebesség alapján meghatározhatjuk a térfogatáramot, amiből számítható a kifolyási sebesség. Mivel a kifolyó cső súrlódási vesztesége elhanyagolható, használható a szabad kifolyás esetén érvényes sebességi képlet, hogy meghatározzuk, az adott kifolyási sebesség milyen folyadékmagasság esetén valósul meg.

Térfogatáramok

$$\dot{V}_2 = v_2 \cdot A_{cső} = v_2 \cdot \frac{(D_{cső})^2 \cdot \pi}{4} = 1{,}78\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{(0{,}02\,\text{m})^2 \cdot \pi}{4} = 5{,}60 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_{ki} = \dot{V}_2 = 5{,}60 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Kifolyási sebesség

A kifolyási sebesség számításánál figyelembe kell venni, hogy a kifolyó cső durva megmunkálása miatt keresztmetszetének csak 80%-a hasznosul.

$$v_{ki} = \frac{\dot{V}_{ki}}{A_{ki}} = \frac{\dot{V}_{ki}}{\alpha \cdot \frac{(D_{ki})^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{5{,}60 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0{,}8 \cdot \frac{(0{,}02\,\text{m})^2 \cdot \pi}{4}} = 2{,}228\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Folyadékmagasság

$$v_{ki} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_B}$$

$$h_B = \frac{v_{ki}^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(2{,}228\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}25\,\mathrm{m}$$

Tehát stacionárius állapotban a „B” tartályban a folyadékszint 25 cm. (Megjegyzés: A stacionárius állapotban a folyadékszint független attól, hogy a kifolyó szelep kinyitásának pillanatában mekkora a folyadékszint a tartályban.)

d) Stacionárius állapotban leállítjuk a „B” tartály feltöltését. Mennyi idő alatt csökken le a folyadékszint a „B” tartályban 10 cm-re?

Mivel a kifolyó cső és szelep súrlódási vesztesége elhanyagolható, használhatjuk a szabad kifolyás idejének képletét. Ennek a képletnek a használatakor fontos, hogy oda kell felvenni a $h = 0$ m-t, ameddig a folyadékszint lecsökkenne, ha végtelen ideig nem avatkoznánk közbe. Ebben a feladatban ez a pont a kifolyó cső alsó vége.

Folyadékmagasságok

A c) feladatban kiszámítottuk, hogy stacionárius állapotban a „B” tartályban a folyadékszint 25 cm. Ezen magasságból fog a folyadékszint 10 cm-re csökkenni. Ezeket a magasságot az új $h = 0$ m-hez viszonyítva kell megadni: $h_0 = 1{,}25$ m; $h_1 = 1{,}1$ m.

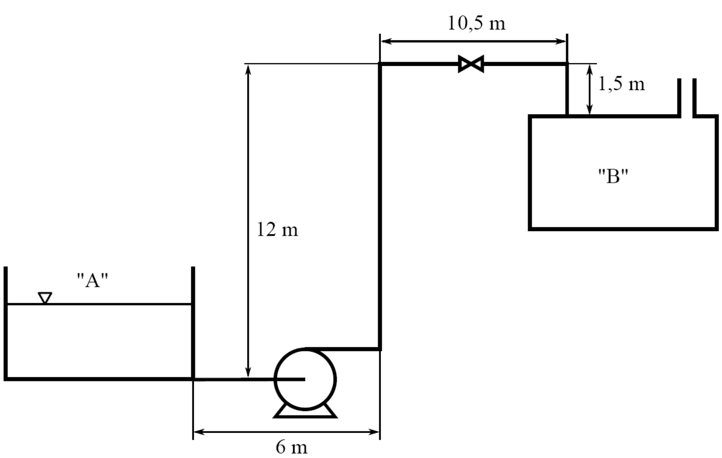
Kifolyáshoz szükséges idő

$$t = \frac{2 \cdot \frac{(D_{tartály})^2 \cdot \pi}{4}}{\alpha \cdot \frac{(D_{ki})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \left(\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1}\right) = \frac{2 \cdot \frac{(1{,}13\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4}}{0{,}8 \cdot \frac{(0{,}02\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} \cdot \left(\sqrt{1{,}25\,\mathrm{m}} - \sqrt{1{,}1\,\mathrm{m}}\right)$$

$$t = 124{,}7\,\mathrm{s} \approx 2{,}08\,\mathrm{min}$$

*1.3. feladat*

Határozza meg azt a teljesítményszükségletet, amit 4,5 $\mathrm{m}^3$/h mennyiségű etanol-oldat nyitott „A” tartályból a nyitott „B” tartályba való felnyomatása jelent! Az etanol-oldat viszkozitása $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Pas, sűrűsége 970 kg/$\mathrm{m}^3$. A horganyzott vas csővezeték átmérője 35 mm. A szivattyú és az elektromotor együttes hatásfoka 0,6. Az „A” tartályban a folyadékszint 1 m.




*1.6. ábra 1.3. feladat*

*1.4. feladat (1/49. oldal/37. feladat)*

Egy 1 m átmérőjű tartályban 1,4 $m^3$ 40 %-os etanol-víz elegy van. ($\eta = 2{,}91 \cdot 10^{-3}$ Pas; $\rho = 937$ kg/$m^3$). A tartályból egy 16 m hosszú, 4 cm átmérőjű öntöttvas vezetéken keresztül egy üstbe folyik az elegy. A vezetékben 1 db szelep és 2 db 90°-os könyök van beépítve. A tartály alja és az üstbe való betorkolás közötti szintkülönbség 6 m.

(Az a.–c. kérdéseknél az üst nyomása $10^5$ Pa.)

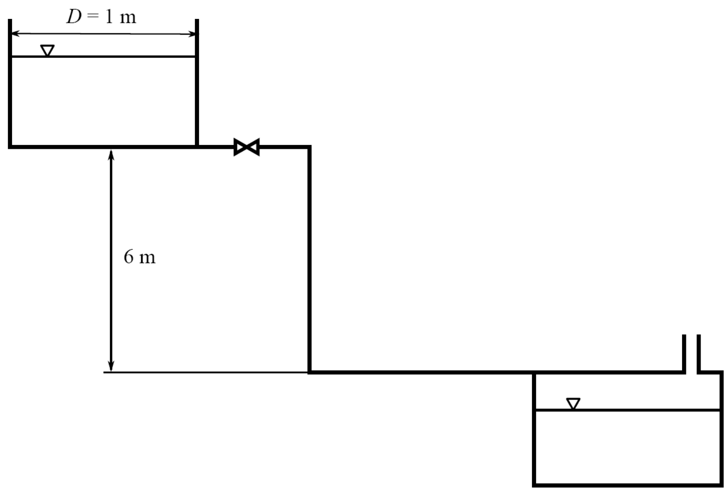
a) Mennyi idő alatt folyik az üstbe 1 $m^3$ elegy, ha eltekintünk a cső és a szerelvények ellenállásától?

b) Mennyi a szerelvények ekvivalens csőhossza?

c) Mennyi a kifolyási sebesség abban az időpontban, amikor még az egész elegy a tartályban van?

d) Meddig csökkenhet a szint, ha az üstben a túlnyomás 5,88·104 Pa?

e) Mennyi idő szükséges a d) pontban feltüntetett körülmények között a kifolyáshoz (ha eltekintünk a csősúrlódástól)?




*1.7. ábra 1.4. feladat*

*1.5. feladat (1/47. oldal/31. feladat módosítva)*

Határozza meg azt a teljesítményszükségletet, amit 6 $m^3$/h mennyiségű folyadék egyik nyitott tartályból a másik nyitott tartályba való felnyomatása jelent! Az emelési magasság 16 m, a folyadék viszkozitása $9{,}5 \cdot 10^{-3}$ Pas, sűrűsége 1230 kg/$m^3$. Az acél csővezeték átmérője 27 mm, teljes hossza 80 m. A vezetékbe 4 szelep és 6 derékszögű könyök van beiktatva. A szivattyú és az elektromotor együttes hatásfoka 0,5.

*1.6. feladat (1/48. oldal/32. feladat)*

Egy tartályban benzol van, állandóan 1,5 m magasságban. Milyen térfogatárammal folyik ki a benzol a tartály aljára szerelt 18 m hosszú, 40 mm belső átmérőjű vízszintes irányú kereskedelmi acélcsövön?

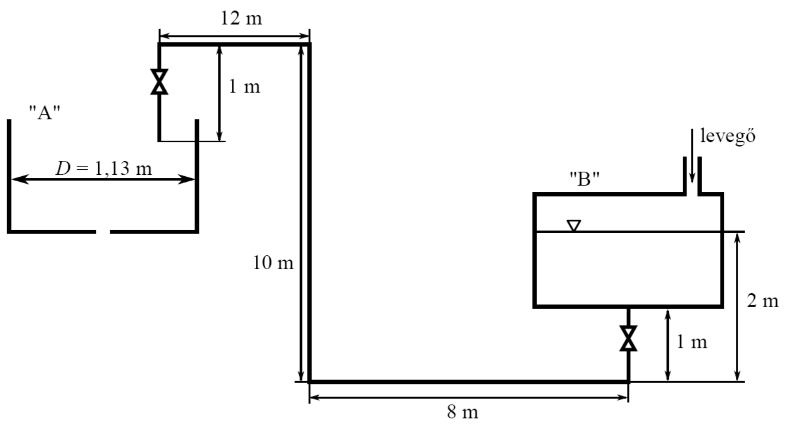
$\rho = 879$ kg/$m^3$; $\eta = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ Pas

*1.7. feladat (1/50. oldal/42. feladat)*

Zárt „B” tartályból $4{,}4\cdot 10^5$ Pa nyomású levegő befúvásával az alábbi elrendezés szerint 2 cm átmérőjű öntöttvas csővezetéken keresztül vizet nyomatunk a nyitott üres „A” tartályba, melynek alján 2 cm átmérőjű kerek nyílás van ($\alpha = 0{,}9$).

Stacionárius állapotban milyen magasan lesz a víz az „A” tartályban? („B” szintváltozása elhanyagolható.)

$\rho = 10^3$ kg/m$^3$; $\eta = 10^{-3}$ Pas; $p_A = 10^5$ Pa




*1.8. ábra 1.7. feladat*

*1.8. feladat (1/51. oldal/43. feladat javítva)*

a) $4\cdot 10^5$ Pa nyomású levegővel az állandó szintű „A” tartályból 1 óra alatt, $H = 12$ m függőleges csőszakasz esetén a fenti rendszeren mennyi 20 °C-os vizet lehet a nyitott „B” tartályba felnyomni? A cső anyaga öntöttvas.

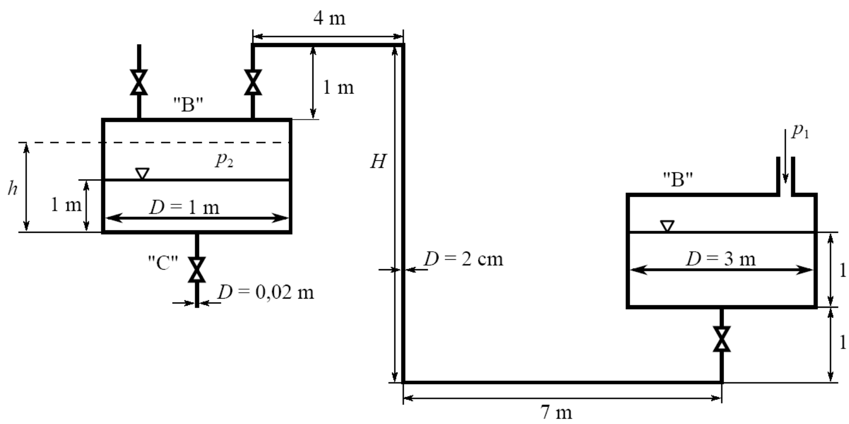
   $p_{\text{barométer}} = 10^5$ Pa; $\rho_{20°C} = 10^3$ kg/m$^3$; $\eta_{20°C} = 1$ cP $= 10^{-3}$ Pas

   - Oldja meg iterációval!
   - Oldja meg Kármán-módszerrel!

b) Milyen nyomású $p_1$ levegővel lehet a fenti rendszeren változatlan „A” szint esetén $H = 15$ m magasra 2 m$^3$/h 20 °C-os vizet a „B” tartályba felnyomni? A felnyomatás alatt $p_2 = 1{,}97\cdot 10^5$ Pa.

c) A fenti rendszeren $p_1 = 5\cdot 10^5$ Pa levegővel állandó szintű „A” tartály és $H = 12$ m esetén 20 °C-os vizet nyomatunk fel a nyitott „B” tartályba. Ha induláskor 1 m magasan áll a víz „B”-ben, és kinyitjuk teljesen a „C” szelepet, stacionárius esetben hol lesz a vízszint?

d) $p_1 = 5\cdot 10^5$ Pa nyomású levegővel az állandó szintű „A” tartályból 3 m$^3$/h 20 °C-os vizet kell a fenti rendszeren a nyitott „B”-be felnyomni. Legfeljebb milyen hosszú lehet a $H$ csőszakasz? $p_{\text{barométer}} = 10^5$ Pa




*1.9. ábra 1.8. feladat*

*<u>1.9. feladat (1/49. oldal/38. feladat)</u>*

Egy 1,2 m átmérőjű tartályban 2 m$^3$ benzol van ($\rho$ = 879 kg/m$^3$; $\eta$ = 6,5·10$^{-4}$ Pas). A tartály aljából egy 16 m hosszú, 38 mm belső átmérőjű vízszintes irányú horganyzott vascsövön keresztül folyik a benzol. Kiömlési tényező 0,85.

a) Mennyi idő alatt csökken a tartály szintje 1 m-t, ha eltekintünk a csősúrlódástól?

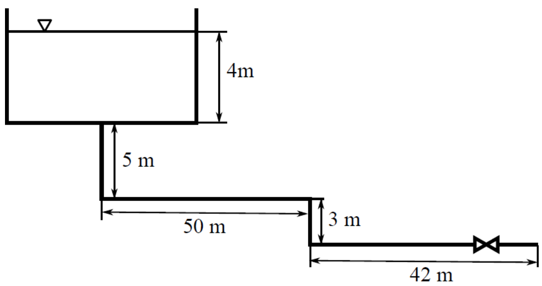
b) Mennyi a kifolyási sebesség a szelep kinyitásának pillanatában?

c) Mennyi a kifolyási sebesség, ha a tartályban a szint már 1 m-t csökkent?

*<u>1.10. feladat (1/50. oldal/41. feladat)</u>*

Egy 5 m magas, 2 m átmérőjű álló hengeres tartályban 20 °C-os víz van. A tartály aljához 100 m hosszú és 2 cm átmérőjű horganyzott vascső csatlakozik az ábrán látható módon.

A szelep kinyitásakor milyen sebességgel folyik ki a folyadék?




*1.10. ábra 1.10. feladat*

*<u>1.11. feladat (1/47. oldal/30. feladat)</u>*

Egy 75 mm belső átmérőjű kereskedelmi acélcsövön keresztül óránként 25 m$^3$ folyadékot kell átszívatnunk. A folyadék sűrűsége 1200 kg/m$^3$, dinamikai viszkozitása 1,7·10$^{-3}$ Pas. A kezdőpont és a végpont közötti szintkülönbség 24 m. A cső hossza 112 m, a vezeték 2 db szelepet és 5 db derékszögű könyököt tartalmaz.

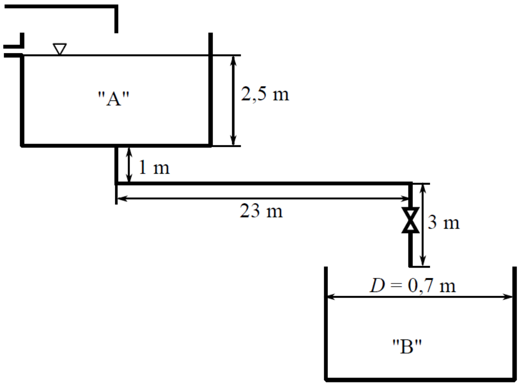
Mekkora a teljesítményszükséglet, ha a szivattyútelep összhatásfoka 0,6?

*1.12. feladat*

A túlfolyóval ellátott „A” tartályból folyadékot vezetünk az álló, hengeres „B” tartályba, melynek alján 4 cm átmérőjű kerek nyílás van (kifolyási tényező 0,85). Az „A” tartályba betáplált folyadék árama minden esetben nagyobb, mint amennyi a „B” tartályba átfolyik. A húzott vascső belső átmérője 4 cm. A folyadék sűrűsége 0,98 g/cm$^3$, dinamikai viszkozitása 1 mPas.

a) Stacionárius állapotban milyen magasan lesz a folyadékszint a „B” tartályban?

b) Ha a „B” tartályban a folyadékszint éppen 40 cm, és elzárjuk a szelepet, akkor legfeljebb mennyi ideig lehet zárva a szelep, ha elő van írva, hogy a „B” tartályban a folyadék mennyisége nem csökkenhet 0,1 m$^3$ alá?



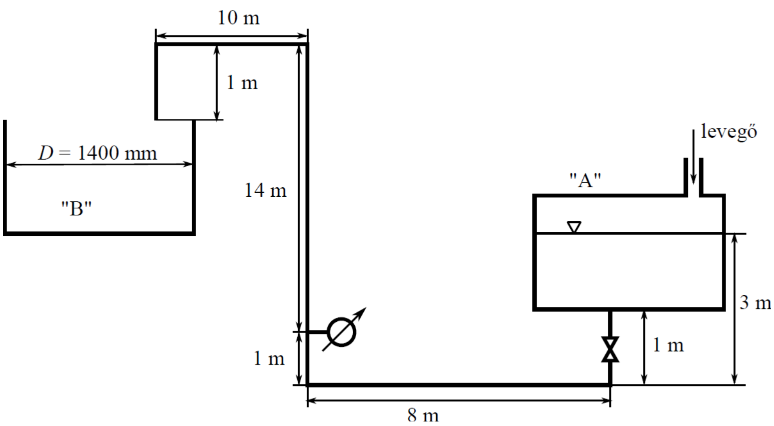

*1.11. ábra 1.12. feladat*

*1.13. feladat*

Egy zárt „A” tartályból 2,5 bar nyomású levegő befúvatásával egy 2,5 cm átmérőjű öntöttvas csővezetéken keresztül juttatjuk el a fluidumot a „B” tartályba, mely a légkörre nyitott. A fluidum sűrűsége 1050 kg/m$^3$, dinamikai viszkozitása 1,1 mPas. Az „A” tartály szintváltozása elhanyagolható.

a) Mekkora lesz az induláskor még üres „B” tartályban a folyadékszint 20 perc elteltével?

b) Mekkora nyomást mutat feltöltés közben a manométer?




*1.12. ábra 1.13. feladat*

## *1.2. Ülepítés*

2.1. feladat

Egy 10 $m^2$ alapterületű gravitációs ülepítőben 7,2 $m^3/h$ 1000 $kg/m^3$ sűrűségű és 1 mPas viszkozitású folyadékból ülepítünk

a) Mekkora átmérőjű szemcsék ($\rho$ = 2200 $kg/m^3$) ülepíthetők ki?

b) Ha a 7 μm átmérőjű szemcséket is ki akarjuk ülepíteni, hogyan tehető erre alkalmassá a fenti berendezés?

Megoldás:

a) Mekkora átmérőjű szemcsék ($\rho$ = 2200 $kg/m^3$) ülepíthetők ki?

Elsőként célszerű kiszámolni a $B$ értékét.

$$B = \left[\frac{4}{3} \cdot g \cdot \frac{(\rho_p - \rho_k) \cdot \rho_k}{\eta_k^2}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{4}{3} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\left(2200\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{\left(10^{-3}\,\mathrm{Pas}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}} = 2{,}5 \cdot 10^4\,\frac{1}{\mathrm{m}}$$

Az ülepítő kapacitásából számítható az ülepedési sebesség.

$$\dot{V} = A \cdot v$$

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{7{,}2\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{10\,\mathrm{m}^2 \cdot 3600\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}}} = 2 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani.

$$F(v) = \frac{v \cdot \rho_k}{B \cdot \eta_k} = \frac{2 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{2{,}5 \cdot 10^4\,\frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 8 \cdot 10^{-3}$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján a Stokes-tartományba esik, így $F(d)$ értékét képletből lehet számítani.

$$F(v) = \frac{F(d)^2}{24}$$

$$F(d) = \sqrt{24 \cdot F(v)} = \sqrt{24 \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 0{,}44$$

$$d_p = \frac{F(d)}{B} = \frac{0{,}44}{2{,}5 \cdot 10^4\,\frac{1}{\mathrm{m}}} = 1{,}75 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m} = 17{,}5\,\mu\mathrm{m}$$

Tehát a 17,5 μm-nél nagyobb átmérőjű szemcsék fognak kiülepedni.

b) Ha a 7 μm átmérőjű szemcséket is ki akarjuk ülepíteni, hogyan tehető erre alkalmassá a fenti berendezés?

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni. A $B$ értéke nem változik, mert az a berendezés méreteitől nem, csak anyagi állandóktól függ.

$$F(d)' = B \cdot d'_p = 2{,}5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 7 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 0{,}175$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján a Stokes-tartományba esik, így $F(v)$' értéke képlet segítségével számítható.

$$F(v)' = \frac{F(d)'^2}{24} = \frac{0{,}175^2}{24} = 1{,}28 \cdot 10^{-3}$$

$$F(v)' = \frac{v' \cdot \rho_k}{B \cdot \eta_k}$$

$$v' = \frac{F(v)' \cdot B \cdot \eta_k}{\rho_k} = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^{-3}\ \text{Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 3{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az ilyen ülepedési sebesség eléréséhez, ha a kapacitást nem akarjuk változtatni, meg kell növelni az ülepítő területét. Ez plusz tálcák behelyezésével lehetséges. A kapacitás képletéből számítható a szükséges tányérok száma, figyelembe véve, hogy az ülepítő alja már eleve megfelel egy tálcának.

$$\dot{V} = (n+1) \cdot A' \cdot v'$$

$$n = \frac{\dot{V}'}{A \cdot v'} - 1 = \frac{7{,}2 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{10\,\text{m}^2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} - 1 = 5{,}25$$

Mivel csak egész tálcákat tudunk beépíteni, és az nem baj, ha a kívánt méretű szemcséknél kisebb méretű szemcsék is kiülepednek, így a kapott tálcaszámot felfelé kell kerekíteni, tehát 6 tálca beépítésére van szükség.

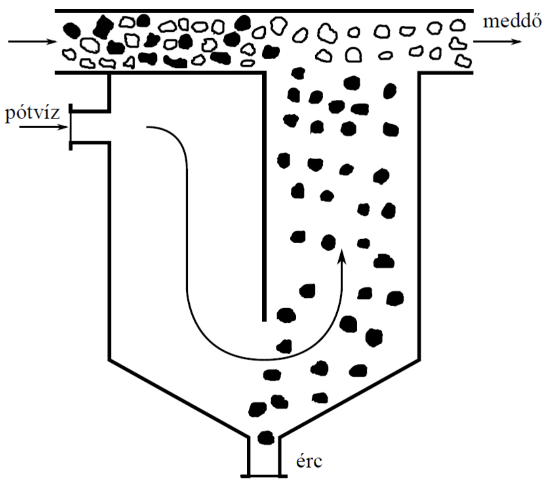
<u>*2.2. feladat*</u>

Érc és meddőkőzet őrlés utáni osztályozásával 0,5÷0,9 mm közötti szemcseméret frakciót rostáltak ki.

a) Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?

b) Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

$\eta_{víz}$ = 1 mPas $\rho_{víz}$ = 1000 kg/m$^3$ $\rho_{érc}$ = 6500 kg/m$^3$ $i_{meddő}$ = 2000 kg/m$^3$



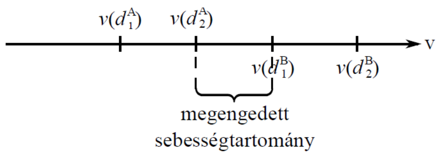

*2.1. ábra Rheó-mosó*

Megoldás:

a) Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?

Megoldás menete

Ha $d_1 < d_2$ és $\rho_A < \rho_B$ akkor az elválasztás feltétele:




*2.2. ábra Különböző sűrűségű szemcsék ülepítéssel történő elválasztásának feltétele*

Az érc és a meddő közül a meddő a kisebb sűrűségű, tehát az fog elmenni, míg a nagyobb sűrűségű érc ki fog ülepedni. A cél, hogy a kisebb sűrűségű meddőből a legnagyobb átmérőjű szemcse sem ülepedjen le, míg a nagyobb sűrűségű ércből a legkisebb átmérőjű szemcse is leülepedjen.

$$\left.\begin{aligned} \rho_{p,kisebb} \xrightarrow{d_{p,nagyobb}} v_{min} \\ \rho_{p,nagyobb} \xrightarrow{d_{p,kisebb}} v_{max} \end{aligned}\right\} \rightarrow v_{min} < v < v_{max}$$

Meddő

Elsőként célszerű kiszámolni a $B_{\text{meddő}}$ értékét.

$$B_{\text{meddő}} = \left[\frac{4}{3}\cdot g\cdot\frac{(\rho_{\text{meddő}}-\rho_{\text{víz}})\cdot\rho_{\text{víz}}}{\eta_{\text{víz}}^2}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{4}{3}\cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{\left(2000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}-1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left(10^{-3}\,\text{Pas}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$B_{\text{meddő}} = 2{,}36\cdot 10^4\,\frac{1}{\text{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)_{\text{meddő}} = B_{\text{meddő}} \cdot d_{p,nagyobb} = 2{,}36 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ \text{m} = 21{,}2$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így $F(v)_{\text{meddő}}$ értékét a diagramról kell leolvasni: $F(v)_{\text{meddő}} = 4{,}2$.

$$F(v)_{\text{meddő}} = \frac{v_{min} \cdot \rho_{\text{víz}}}{B_{\text{meddő}} \cdot \eta_{\text{víz}}}$$

$$v_{min} = \frac{F(v)_{\text{meddő}} \cdot B_{\text{meddő}} \cdot \eta_{\text{víz}}}{\rho_{\text{víz}}} = \frac{4{,}2 \cdot 2{,}36 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^{-3}\ \text{Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Érc

Elsőként célszerű kiszámolni a $B_{\text{érc}}$ értékét.

$$B_{\text{érc}} = \left[\frac{4}{3} \cdot g \cdot \frac{(\rho_{\text{érc}} - \rho_{\text{víz}}) \cdot \rho_{\text{víz}}}{\eta_{\text{víz}}^2}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{4}{3} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\left(6500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left(10^{-3}\ \text{Pas}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$B_{\text{érc}} = 4{,}16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)_{\text{érc}} = B_{\text{érc}} \cdot d_{p,kisebb} = 4{,}16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ \text{m} = 20{,}8$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így $F(v)_{\text{érc}}$ értékét a diagramról kell leolvasni: $F(v)_{\text{érc}} = 4{,}2$.

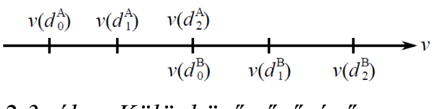
$$F(v)_{\text{érc}} = \frac{v_{max} \cdot \rho_f}{B_{\text{érc}} \cdot \eta_f}$$

$$v_{max} = \frac{F(v)_{\text{érc}} \cdot B_{\text{érc}} \cdot \eta_{\text{víz}}}{\rho_{\text{víz}}} = \frac{4{,}2 \cdot 4{,}16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10^{-3}\ \text{Pas}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{2.24}$$

Tehát az elválasztás érdekében a pótvíz sebességének 0,1 m/s < $v$ < 0,17 m/s között kell lennie.

b) Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

Ha léteznek $d_0$ átmérőjű szemcsék is, amelyekre igaz, hogy $d_0 < d_1 < d_2$, akkor szélsőséges esetben a következő helyzet állhat elő:




*2.3. ábra Különböző sűrűségű szemcsék ülepítéssel történő elválasztásának határesete*

Az a) feladatban a kisebb sűrűségű anyag (jelenleg a meddő) nagyobb átmérőhöz számolt ülepedési sebesség adta a pótvíz sebességének alsó korlátját. Ha a sebesség ez alá zuhan, akkor a kisebb sűrűségű anyag szemcséi is le fognak ülepedni. A kérdés tehát az, hogy a pótvíz sebességének korábbi alsó korlátjánál a nagyobb sűrűségű anyag (jelenleg az érc) milyen méretű szemcséi fognak leülepedni.

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani. A $B_{\text{érc}}$ értéke nem változik.

$$F(v)'_{\text{érc}} = \frac{v \cdot \rho_{\text{víz}}}{B_{\text{érc}} \cdot \eta_{\text{víz}}} = \frac{0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{4{,}16 \cdot 10^4\,\frac{1}{\text{m}} \cdot 10^{-3}\,\text{Pas}} = 2{,}4$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így $F(d)'_{\text{érc}}$ értékét a diagramról kell leolvasni: $F(d)'_{\text{érc}} = 12$.

$$d_{p,\text{érc}} = \frac{F(d)'_{\text{érc}}}{B_{\text{érc}}} = \frac{12}{4{,}16 \cdot 10^4\,\frac{1}{\text{m}}} = 2{,}9 \cdot 10^{-4}\,\text{m} = 0{,}29\,\text{mm}$$

Tehát a 0,29 mm átmérőjű érc szemcsék esetén az érc ülepedési sebessége megegyezik a legnagyobb meddőszemcsék ülepedési sebességével. Ha 0,29 mm-es, vagy annál kisebb átmérőjű érc szemcsék kerülnek a fajtázóba, akkor az elválasztás nem lehetséges.

*2.3. feladat (I/75. oldal/7. feladat módosítva)*

Normál forrponton híg vizes oldat bepárlásánál kísérletileg megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség értéke, melynél számottevő áthordás nincs, 0,5 m/s. Állapítsa meg az üst desztillációs kapacitását 5333 Pa nyomáson, ha a páratér keresztmetszete 2,3 m$^2$!

| | **5333 Pa** | **101325 Pa** |
|---|---|---|
| $T_{fp}$ **[°C]** | 34 | 100 |
| $\rho_k$ **[kg/m$^3$]** | 0,0376 | 0,5977 |
| $\eta_k$ **[Pas]** | $0{,}95 \cdot 10^{-5}$ | $1{,}20 \cdot 10^{-5}$ |
| $\rho_p$ **[kg/m3]** | 994 | 958 |

Megoldás

A feladat megoldásához feltételezzük, hogy ha eltérő körülmények között azonos az elragadott folyadékcseppek átmérője, akkor kb. azonos az elragadott folyadékcseppek aránya is. Tehát eltérő körülmények között hasonló hatásfokot, kitermelést tudunk elérni.

A két nyomáson végzett bepárlás esetén a közös a párával eltávozó folyadékcseppek megengedhető maximális átmérője.

$$v_N \xrightarrow{B} F(v) \xrightarrow{\text{ülepedési diagram}} F(d) \xrightarrow{B} \underline{\underline{d_p}} \xrightarrow{B'} F(d)' \xrightarrow{\text{ülepedési diagram}} F(v)' \xrightarrow{B'} v' \longrightarrow \dot{m}'$$

*2.4. ábra 2.3. feladat megoldásának menete*

Atmoszférikus nyomáson

Elsőként célszerű kiszámolni a $B$ értékét. Jelenleg vízcseppek ülepedését vizsgáljuk, tehát $\rho_p = \rho_{\text{víz}} = 1000$ kg/m$^3$.

$$B = \left[\frac{4}{3} \cdot g \cdot \frac{(\rho_p - \rho_k) \cdot \rho_k}{\eta_k^2}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{4}{3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\left(958\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0{,}5977\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 0{,}5977\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\left(1{,}20 \cdot 10^{-5}\,\text{Pas}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$B = 3{,}73 \cdot 10^4 \ \frac{1}{\mathrm{m}}$$

Ismert ülepedési sebességhez kell átmérőt számítani.

$$F(v) = \frac{v_N \cdot \rho_k}{B \cdot \eta_k} = \frac{0{,}5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}5977 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{3{,}73 \cdot 10^4 \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 1{,}20 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pas}} = 0{,}667$$

Ez az érték az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján az átmeneti tartományba esik, így $F(d)$ értékét a diagramról kell leolvasni: $F(d) = 4{,}6$.

$$d_p = \frac{F(d)}{B} = \frac{4{,}5}{3{,}73 \cdot 10^4 \frac{1}{\mathrm{m}}} = 1{,}23 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

Tehát legfeljebb $1{,}19 \cdot 10^{-4}$ m-nél kisebb átmérőjű folyadékcseppek távozhatnak.

Alacsonyabb nyomáson

Elsőként célszerű kiszámolni a $B'$ értékét.

$$B' = \left[\frac{4}{3} \cdot g \cdot \frac{(\rho_p - \rho'_k) \cdot \rho'_k}{\eta'^2_k}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{4}{3} \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\left(994 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 0{,}0376 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot 0{,}0376 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{\left(0{,}95 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pas}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$B' = 1{,}76 \cdot 10^4 \ \frac{1}{\mathrm{m}}$$

Ismert átmérőhöz kell sebességet számolni.

$$F(d)' = B' \cdot d_p = 1{,}76 \cdot 10^4 \ \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 1{,}19 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m} = 2{,}1$$

Ezen az értéken az *Ülepedési diagram* (9.5. ábra) alapján még éppen érvényes a Stokes-tartományra vonatkozó összefüggés.

$$F(v)' = \frac{F(d)^2}{24} = \frac{2{,}1^2}{24} = 0{,}18$$

$$F(v)' = \frac{v' \cdot \rho_k}{B' \cdot \eta_k}$$

$$v' = \frac{F(v)' \cdot B' \cdot \eta'_k}{\rho'_k} = \frac{0{,}18 \cdot 1{,}76 \cdot 10^4 \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}95 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pas}}{0{,}0376 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 0{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Térfogatáram

$$\dot{V}' = v' \cdot A = 0{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2{,}3\,\mathrm{m}^2 = 1{,}87 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

Tömegáram

$$\dot{m}' = \dot{V}' \cdot \rho'_k = 1{,}87 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}0376 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 7{,}03 \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 253 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$$

Tehát a pára tömegárama nem lehet nagyobb, mint 253 kg/h. Ha a pára sebessége ennél magasabb lenne, akkor a kívántnál nagyobb átmérőjű folyadékcseppeket is magával ragadna.

Megjegyzés: atmoszférikus nyomáson a tömegáram értéke:

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho_k = v_N \cdot A \cdot \rho_k = 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}3\,\text{m}^2 \cdot 0{,}5977 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0{,}687 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 2474 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

*2.4. feladat*

Homokos zagyot ülepítünk egy 1x25 m-es keményítőgyári ülepítő csatornában. A homok sűrűsége 2800 kg/m$^3$, a víz sűrűsége 1100 kg/m$^3$, viszkozitása $10^{-3}$ Pas.

a) Számítsa ki az ülepítő csatorna kapacitását, ha a legkisebb kiülepítendő szemcse mérete $2 \cdot 10^{-2}$ mm!

b) Egy másik ülepítőben, amelynek alapterülete 10 m$^2$, ugyanezt a zagyot szeretnénk ülepíteni 40 m$^3$/min kapacitással. Milyen átmérőjű homokszemcsék fognak kiülepedni?

c) A b) feladatban használt ülepítő csatornában ugyanolyan térfogatáram (40 m$^3$/min) esetén szeretnénk kiülepíteni a 150 μm-es szemcséket is. Hány tálcát kell beépítenünk ehhez?

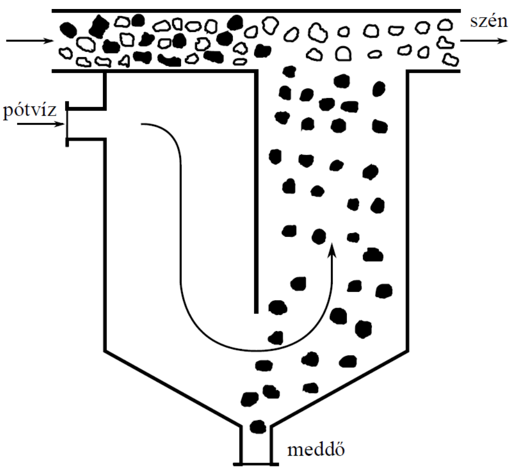
*2.5. feladat*

Szén és meddőkőzet őrlés utáni osztályozásával 1,2÷1,5 mm közötti szemcseméret frakciót rostáltak ki.

a) Milyen sebességgel kell egy fajtázóban a vizet áramoltatni, hogy a két anyagot elválasszuk?

b) Üzemzavar következtében mindkét anyagból kisebb szemcsék is kerültek a rendszerbe. Mekkora az a megengedhető legkisebb szemcseméret, amelynél még megvalósítható az elválasztás?

$\eta_{\text{víz}} = 0{,}95$ mPas $\quad \rho_{\text{víz}} = 1020$ kg/m$^3$ $\quad \rho_{\text{szén}} = 1200$ kg/m$^3$ $\quad \rho_{\text{meddő}} = 2500$ kg/m$^3$




*2.5. ábra 2.5. feladat*

*2.6. feladat (1/85. oldal/11. feladat)*

Normál forrponton híg vizes oldat atmoszferikus bepárlásánál kísérletileg megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség $v_N = 0{,}5$ m/s. Mekkora a bepárlóból elmenő gőz tömegárama, ha a páratér keresztmetszete 2 m$^2$, és a nyomás a bepárlóban 26664 Pa?

| | 26664 Pa | 101325 Pa |
|---|---|---|
| $t_{fp}$ [°C] | 66,5 | 100 |
| $\rho_k$ [kg/m$^3$] | 0,1720 | 0,5977 |
| $\eta_k$ [Pas] | $1{,}065\cdot10^{-5}$ | $1{,}20\cdot10^{-5}$ |
| $\rho_p$ [kg/m$^3$] | 980 | 958 |

*2.7. feladat (1/84. oldal/6. feladat módosítva)*

Homokos zagyot kell ülepíteni 2x4,5 m alapterületű 2 m magas ülepítő csatornában.

a) Hány tálcát kell beépítenünk 6 m$^3$/min térfogatáram esetén, ha az 50μm-nél nagyobb homokszemcséket ki akarjuk ülepíteni? Milyen tartományban történik az ülepedés?

b) Ha a kiszámított tálcákat beépítjük és kétszeresére növeljük a térfogatáramot, mi lesz a kiülepítendő részecskék minimális átmérője? Milyen tartományban történik az ülepedés?

$\rho_p$ = 2800 kg/m$^3$ $\rho_k$ = 1000 kg/m$^3$ $\eta_k = 10^{-3}$ Pas

*2.8. feladat*

Egy ülepítő berendezésben 2000 m$^3$/h térfogatáramú szennyvízből (sűrűsége 1000 kg/m$^3$; dinamikus viszkozitása 1 mPas) kell a 0,7 mm-nél nagyobb szennyező szemcséket eltávolítani. A szennyező szemcsék sűrűsége 2300 kg/m$^3$.

a) Mekkora alapterületű berendezésre van szükség?

b) Ha a szennyvízben 1300 kg/m$^3$ sűrűségű gömb alakú szemcsék is vannak, milyen legkisebb átmérőjű szemcséket tud azok közül az ülepítő megfogni?

*2.9. feladat*

Ionmentes víz előállításához az oszlopban egyidejűleg használnak anion-cserélő és kation-cserélő gyantát (ún. kevertágyas ioncserélő oszlop). Az oszlop átmérője 500 mm. Regenerálás előtt az oszlopba alulról bevezetett vízárammal választják szét a kétfajta gyantát. Mekkora lehet a víz térfogatárama a gyanta szemcsék szétválasztásához? A számításhoz használhatók a végtelen térben ülepedő egyetlen részecskére levezetett összefüggések.

Adatok: anion-cserélő: $d_p$ = 0,8–1,2 mm $\rho_A$ = 1180 kg/m$^3$

kation-cserélő: $d_p$ = 1,2–1,5 mm $\rho_K$ = 1320 kg/m$^3$

víz: $\eta$ = 1 mPas $\rho$ = 1000 kg/m$^3$

*2.10. feladat*

Szén és meddőkőzet őrlés utáni osztályozásával 1,5÷2 mm közötti szemcseméret frakcióit rostálták ki. Milyen sebességgel kell egy fajtázóban az agyagos vizet áramoltatni ahhoz, hogy a két anyagot elválasszuk egymástól?

Adatok: $\rho_{\text{szén}}$: 1300 kg/m$^3$; $\rho_{\text{meddő}}$: 2700 kg/m$^3$; $\rho_{\text{víz}}$: 1050 kg/m$^3$; $\eta_{\text{víz}}$: $10^{-3}$ Pas

*2.11. feladat*

Két különböző sűrűségű anyagot szeretnénk elválasztani egymástól egy ülepítő berendezésben. Az „A” anyag sűrűsége 4000 kg/m$^3$, a „B” anyagé 2000 kg/m$^3$.

a) Milyen áramlási sebességgel kell a vizet felfelé áramoltatni (sűrűsége 1000 kg/m$^3$; dinamikus viszkozitása 1 mPas), ha az „A” anyagból 0,6 mm-nél nagyobb méretű szemcséket akarunk kiülepíteni?

b) Milyen átmérőjű, „B” anyagú szemcséket nem tudunk elválasztani az „A” anyag kiülepedő részecskéitől?

2.12. feladat (I/86. oldal/12. feladat módosítva)

A rendelkezésre álló készülékek páraterének keresztmetszete egyenként 3 m$^2$. Hány készülékre van szükségünk, ha óránként 9 tonna vizet kell elpárologtatni 50662 Pa nyomáson, és a híg vizes oldat atmoszférikus bepárlásánál megállapított legnagyobb megengedhető párasebesség 0,8 m/s?

| | **50662 Pa** | **101325 Pa** |
|---|---|---|
| **$T_{fp}$ [°C]** | 81,6 | 100 |
| **$\rho_k$ [kg/m$^3$]** | 0,3123 | 0,5977 |
| **$\eta_k$ [Pas]** | $1{,}09\cdot10^{-5}$ | $1{,}20\cdot10^{-5}$ |
| **$\rho_p$ [kg/m3]** | 971 | 958 |

### *1.3. Fluidizáció*

3.1. feladat

Egy 300 mm átmérőjű oszlop 2 mm átmérőjű gömb alakú részecskékkel van töltve. Nyugalomban a töltött szakasz hossza 900 mm, a részecskék sűrűsége 1600 kg/m$^3$, a relatív hézagtérfogat 0,4. Az oszlopba 1,75 kg/m$^3$ sűrűségű 19 μPas viszkozitású gázt áramoltatunk lentről felfelé.

c) Milyen magas a töltet, ha a gáz tömegárama 100 kg/h?

d) Mekkora a töltet tömege?

e) Hány százalékkal nagyobb a nyomásesés az oszlopon 500 kg/h tömegáramú gáz esetén, mint 100 kg/h tömegáramú gáz esetében?

Megoldás:

a) Milyen magas a töltet, ha a gáz tömegárama 100 kg/h?

A gáz lineáris sebessége

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho_k} = \frac{100\,\dfrac{\text{kg}}{\text{h}}}{1{,}75\,\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 57{,}14\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 1{,}59\cdot10^{-2}\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{V} = A_{oszlop}\cdot v_0$$

$$v_0 = \frac{\dot{V}}{A_{oszlop}} = \frac{\dot{V}}{\dfrac{D_{oszlop}^2\cdot\pi}{4}} = \frac{57{,}14\,\dfrac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\dfrac{(0{,}3\text{m})^2\cdot\pi}{4}} = 808{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{h}} = 0{,}225\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reynolds szám

$$Re_m = \frac{d_p \cdot v_0 \cdot \rho_k}{\eta_k} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 0{,}225 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}75 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1{,}9 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pas}} = 41{,}37$$

Erőegyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2$ kiszámítása.

$$f_m \cdot Re_m^2 = \frac{d_p^3 \cdot (\rho_p - \rho_k) \cdot \rho_k \cdot g}{2 \cdot \eta_k^2} = \frac{\left(2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}\right)^3 \cdot \left(1600 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 1{,}75 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot 1{,}75 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot \left(1{,}9 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{Pas}\right)^2}$$

$$f_m \cdot Re_m^2 = 3{,}04 \cdot 10^5$$

A *Töltött oszlopok $f_m Re_m^2$–$Re_m$ diagram* (9.6. ábra) alapján az aktuális sebességhez számított $Re_m = 41{,}37$ balra van az erőengyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2 = 3{,}04 \cdot 10^5$ és az $\varepsilon = 0{,}4$ görbe metszéspontjától ($Re_m^* = 125$), így a töltet még nyugalomban van.

Nyugalmi szakaszban a töltött oszlop térfogata nem változik, így a töltet magassága 0,9 m.

b) Mekkora a töltet tömege?

A töltet tömegének kiszámításához szükség van a töltet térfogatára, amihez szükség van a redukált töltetmagasságra.

$$L_0 = L \cdot (1 - \varepsilon) = 0{,}9\ \mathrm{m} \cdot (1 - 0{,}4) = 0{,}54\ \mathrm{m}$$

A töltet térfogata:

$$V_{töltet} = A_{oszlop} \cdot L_0 = \frac{D_{oszlop}^2 \cdot \pi}{4} \cdot L_0 = \frac{(0{,}3\ \mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0{,}54\ \mathrm{m} = 3{,}82 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$$

A töltet tömege

$$m_{töltet} = V_{töltet} \cdot \rho_p = 3{,}82 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3 \cdot 1600 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 61\ \mathrm{kg}$$

c) Hány százalékkal nagyobb a nyomásesés az oszlopon 500 kg/h tömegáramú gáz esetén, mint 100 kg/h tömegáramú gáz esetében?

100 kg/h

Az a) feladatban megállapítottuk, hogy 100 kg/h gázáram esetén a töltet nyugalomban van. Ebben az esetben a tölteten eső nyomásesést az Ergun-formulával tudjuk számítani.

$$\Delta p_E = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \frac{L}{d_p} \cdot \left[1{,}75 + \frac{150 \cdot (1 - \varepsilon)}{Re_m}\right] \cdot v_0^2 \cdot \rho_k$$

$$\Delta p_E = \frac{1 - 0{,}4}{0{,}4^3} \cdot \frac{0{,}9\ \mathrm{m}}{2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}} \cdot \left[1{,}75 + \frac{150 \cdot (1 - 0{,}4)}{41{,}37}\right] \cdot \left(0{,}225 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot 1{,}75 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 1467\ \mathrm{Pa}$$

500 kg/h

Meg kell határoznunk, hogy ennél a térfogatáramnál a töltet már fluidizál-e.

A gáz lineáris sebessége

$$\dot{V}' = \frac{\dot{m}'}{\rho_k} = \frac{500 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}}{1{,}75 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 285{,}7 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 7{,}94 \cdot 10^{-2} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

$$v_0' = \frac{\dot{V}'}{A_{oszlop}} = \frac{\dot{V}'}{\frac{D_{oszlop}^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{285{,}7\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{\frac{(0{,}3\,\text{m})^2 \cdot \pi}{4}} = 4042\,\frac{\text{m}}{\text{h}} = 1{,}123\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Reynolds szám

$$Re_m' = \frac{d_p \cdot v_0' \cdot \rho_k}{\eta_k} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot 1{,}123\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}75\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1{,}9 \cdot 10^{-5}\,\text{Pas}} = 207$$

A *Töltött oszlopok $f_m Re_m^2$–$Re_m$ diagram* (9.6. ábra) alapján az aktuális sebességhez számított $Re_m' = 207$ jobbra van az erőengyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2 = 3{,}04 \cdot 10^5$ és az $\varepsilon = 0{,}4$ görbe metszéspontjától ($Re_m^* = 125$), így a töltet fluidizál.

Fluidizáció alatt a töltet nyomásesése a rácsnyomással egyezik meg.

$$\Delta p_{rács} = L \cdot (1 - \varepsilon) \cdot (\rho_p - \rho_k) \cdot g = L_0 \cdot (\rho_p - \rho_k) \cdot g$$

$$\Delta p_{rács} = 0{,}54\,\text{m} \cdot \left(1600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1{,}75\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8467\,\text{Pa}$$

A két nyomásesés aránya:

$$x = \frac{\Delta p_{rács}}{\Delta p_E} = \frac{8467\,\text{Pa}}{1467\,\text{Pa}} = 5{,}77$$

Tehát 500 kg/h-s tömegáram esetén a töltet nyomásesése 477%-kal nagyobb, mint 100 kg/h tömegáram esetén.

<u>*3.2. feladat*</u>

Egy 200 mm átmérőjű és 4 m magas oszlopba 2 m magasságig 2 mm átmérőjű, gömb alakú katalizátor részecskéket töltenek ($\varepsilon = 0{,}4$). A katalizátor sűrűsége 2500 kg/m$^3$. A szemcséket szerves folyadékkal fluidizálják. A folyadék sűrűsége 800 kg/m$^3$, viszkozitása $6{,}5 \cdot 10^{-4}$ Pas.

f) Határozza meg a fluidizáció kezdeti sebességét és a kihordási sebességet!

g) Mekkora lesz a nyomásesés a töltött oszlopon, ha 2 m$^3$/h, illetve 6 m$^3$/h folyadékot táplálnak be?

h) Mekkora lesz a töltet magassága a két folyadék áramánál?

<u>Megoldás:</u>

a) Határozza meg a fluidizáció kezdeti sebességét és a kihordási sebességet!

Erőegyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2$ kiszámítása.

$$f_m \cdot Re_m^2 = \frac{d_p^3 \cdot (\rho_p - \rho_k) \cdot \rho_k \cdot g}{2 \cdot \eta_k^2} = \frac{(2 \cdot 10^{-3}\,\text{m})^3 \cdot \left(2500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot (6{,}5 \cdot 10^{-4}\,\text{Pas})^2}$$

$$f_m \cdot Re_m^2 = 1{,}26 \cdot 10^5$$

Fluidizáció kezdeti sebessége

A *Töltött oszlopok $f_m Re_m^2$–$Re_m$ diagram* (9.6. ábra) alapján a fluidizáció kezdeti sebességéhez tartozó Reynolds szám az erőengyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2 = 1{,}26 \cdot 10^5$ és az $\varepsilon = 0{,}4$ görbe metszéspontjában van.

$$Re_m^* = 70$$

A fluidizáció kezdeti sebessége

$$Re_m^* = \frac{d_p \cdot v_0^* \cdot \rho_k}{\eta_k}$$

$$v_0^* = \frac{Re_m^* \cdot \eta_k}{d_p \cdot \rho_k} = \frac{70 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pas}}{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 800\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 2{,}84 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Kihordási sebesség

A *Töltött oszlopok $f_m Re_m^2$–$Re_m$ diagram* (9.6. ábra) alapján a kihordási sebességéhez tartozó Reynolds szám az erőegyensúlyban érvényes $f_m \cdot Re_m^2 = 1{,}26 \cdot 10^5$ és az $\varepsilon = 1$ görbe metszéspontjában van.

$$Re_m^{**} = 800$$

A kihordási sebesség

$$v_0^{**} = \frac{Re_m^{**} \cdot \eta_k}{d_p \cdot \rho_k} = \frac{800 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pas}}{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 800\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 0{,}325\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Mekkora lesz a nyomásesés a töltött oszlopon, ha 2 $\mathrm{m}^3$/h, illetve 6 $\mathrm{m}^3$/h folyadékot táplálnak be?

2 $\mathrm{m}^3$/h

Fluidum sebessége

$$v_0 = \frac{\dot{V}}{A_{oszlop}} = \frac{\dot{V}}{\dfrac{D_{oszlop}^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{2\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{\dfrac{(0{,}2\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3600\,\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}}} = 1{,}77 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ezt összehasonlítva az a) feladatban kiszámított sebességekkel a töltet nyugalomban van.

Ha a töltet nyugalomban van, a töltet nyomásesése az Ergun-formulával számítható.

$$Re_m = \frac{d_p \cdot v_0 \cdot \rho_k}{\eta_k} = \frac{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot 1{,}77 \cdot 10^{-2}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 800\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{6{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{Pas}} = 43{,}57$$

$$\Delta p_E = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \cdot \frac{L}{d_p} \cdot \left[1{,}75 + \frac{150 \cdot (1-\varepsilon)}{Re_m}\right] \cdot v_0^2 \cdot \rho_k$$

$$\Delta p_E = \frac{1-0{,}4}{0{,}4^3} \cdot \frac{2\,\mathrm{m}}{2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} \cdot \left[1{,}75 + \frac{150 \cdot (1-0{,}4)}{43{,}57}\right] \cdot \left(1{,}77 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot 800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 8966\,\mathrm{Pa}$$

6 $\mathrm{m}^3$/h

Fluidum sebessége

$$v_0' = \frac{\dot{V}'}{A_{oszlop}} = \frac{\dot{V}'}{\dfrac{D_{oszlop}^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{6\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{\dfrac{(0{,}2\,\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3600\,\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}}} = 5{,}31 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ezt összehasonlítva az a) feladatban kiszámított sebességekkel a töltet fluidizál.

Fluidizáció alatt a töltet nyomásesése rácsnyomással egyenlő.

$$\Delta p_{rács} = L\cdot(1-\varepsilon)\cdot(\rho_p-\rho_k)\cdot g = 2\,\text{m}\cdot(1-0{,}4)\cdot\left(2500\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}-800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2\cdot 10^4\ \text{Pa}$$

c) Mekkora lesz a töltet magassága a két folyadék áramánál?

2 $m^3$/h

Ekkora térfogatáramnál a töltet nyugalomban van, azaz a töltetmagasság 2 m.

6 $m^3$/h

Ekkora térfogatáramnál a töltet fluidizál.

Az aktuális töltetmagasság kiszámításához szükség van a redukált töltetmagasságra.

$$L_0 = L\cdot(1-\varepsilon) = 2\,\text{m}\cdot(1-0{,}4) = 1{,}2\,\text{m}$$

Aktuális Reynolds-szám.

$$Re_m' = \frac{d_p\cdot v_0'\cdot\rho_k}{\eta_k} = \frac{2\cdot 10^{-3}\,\text{m}\cdot 5{,}31\cdot 10^{-2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{6{,}5\cdot 10^{-4}\,\text{Pas}} = 130{,}7$$

A *Töltött oszlopok $f_m Re_m^2$–$Re_m$ diagram* (9.6. ábra) alapján az erőengyensúlyban érvényes $f_m\cdot Re_m^2 = 1{,}26\cdot 10^5$ egyenes $Re_m$' = 130,7 értéknél az $\varepsilon$' = 0,5 görbéhez van közel.

Az aktuális töltetmagasság

$$L' = \frac{L_0}{1-\varepsilon'} = \frac{1{,}2\,\text{m}}{1-0{,}5} = 2{,}4\,\text{m}$$

*3.3. feladat*

Egy 260 mm átmérőjű oszlop 2,4 m magasságig 2 mm átmérőjű, gömb alakú kerámia töltettel ($\rho_p$ = 2400 kg/$m^3$, $\varepsilon$ = 0,4) van megtöltve. A töltött oszlop alján 113 kg/h 1 bar nyomású, 20 °C-os levegőáram ($\eta_k$ = 0,018 mPas) lép be. Mekkora lesz a tölteten a nyomásesés?

*3.4. feladat (1/86. oldal/13. feladat módosítva)*

Folyadékfázisban történő katalitikus reakciót 80 mm átmérőjű töltött oszlopban végzünk. A katalizátor 3 mm átmérőjű 2500 kg/$m^3$ sűrűségű gömböcskékből áll. A folyadékot alulról felfelé áramoltatjuk ($\rho_k$ = 1200 kg/$m^3$, $\eta_k = 1{,}2\cdot 10^{-3}$ Pas). A reakcióhoz 8,5 kg töltetet használunk.

a) Határozza meg a kezdeti fluidizációs sebességet! ($\varepsilon$ = 0,4)

b) Határozza meg a kihordási sebességet! ($\varepsilon$ = 1)

c) Határozza meg a súrlódási nyomásesést a tölteten, ha a folyadék sebessége a kihordási sebesség 20%-a!

d) Mekkora a töltetmagasság, ha a fluidum sebessége a kezdeti fluidizációs sebesség ötszöröse?

e) Mekkora a nyomásesés a tölteten a d) pontban meghatározott folyadéksebességnél, ha a töltet felülről rögzítve van?

*3.5. feladat (1/86. oldal/15. feladat javítva)*

Gyöngypolimert szárítunk levegővel, fluidizációs szárítóban.

a) Mennyi a kezdeti fluidizációs sebesség?

b) Mennyi a rácsnyomás 2 m redukált töltetmagasság esetén?

$d_p = 2$ mm  $\rho_p = 1150$ kg/m$^3$  $\rho_k = 1{,}061$ kg/m$^3$  $\varepsilon = 0{,}4$  $\eta_k = 2 \cdot 10^{-5}$ Pas

*3.6. feladat*

Egy 300 mm belső átmérőjű függőleges oszlop 2,6 m magasságig 0,4 mm átmérőjű részecskékkel van töltve. A részecskék sűrűsége 2100 kg/m$^3$, a töltet nyugalmi hézagtérfogata 0,4. A töltetre alulról 23,5 kg/h, 1,18 kg/m$^3$ sűrűségű és 18,5 μPas viszkozitású levegőt vezetünk.

a) Mekkora a töltet nyomásesése?

b) Mekkora sebességnél kezdődik a fluidizáció?

c) Mekkora lesz a töltet hossza és a tölteten létrejövő nyomásesés, ha a kihordási sebesség 50%-val fluidizálunk?

*3.7. feladat*

Egy 275 mm átmérőjű oszlop 1,3 mm átmérőjű gömb alakú részecskékkel van töltve. Nyugalomban a töltött szakasz hossza 600 mm, a töltetrészecskék sűrűsége 1200 kg/m$^3$, a relatív hézagtérfogat 0,4. Az oszlopba 2 kg/m$^3$ sűrűségű, 20 μPas dinamikus viszkozitású gázt áramoltatunk lentről felfelé.

a) Mekkora a nyomásesése az oszlopon és milyen magas a töltött oszlopszakasz, ha a gáz áramlási sebessége a kezdeti fluidizációs sebesség kétszerese?

b) Mekkora a nyomásesés az oszlopon és milyen magas a töltött oszlopszakasz, ha a gáz áramlási sebessége a kihordási sebesség 5%-a?

*3.8. feladat*

Egy függőleges, 430 mm belső átmérőjű oszlopban 1,2 mm átmérőjű, gömb alakú részecskékből álló töltet helyezkedik el. A töltet sűrűsége 2600 kg/m$^3$, a nyugalmi relatív hézagtérfogat 0,4; a nyugalmi töltetmagasság 3 m. A tölteten keresztül alulról fölfelé 60 °C hőmérsékletű, 1,5 bar nyomású levegőt (viszkozitás: 19,8 μPas; átlagos molekulatömeg: 29 g/mol) áramoltatunk át.

a) Mekkora lehet a levegő térfogatárama, ha a töltet fluidizál és a relatív hézagtérfogat 0,9-nél nem lehet nagyobb?

b) Mekkora az oszlop nyomásesése, ha a levegő térfogatárama a fent kiszámított, $\varepsilon = 0{,}9$-hez tartozó térfogatáramnak csak a 25%-a?

*3.9. feladat*

Egy 250 mm átmérőjű fluidizációs oszlopreaktor 2 m magasságig 2 mm átmérőjű, gömb alakú katalizátorral ($\rho = 1800$ kg/m$^3$, $\varepsilon = 0{,}4$) van megtöltve. Az oszlopon 1,5 kg/m$^3$ sűrűségű 0,023 mPas viszkozitású gáz halmazállapotú reakcióelegyet vezetnek keresztül.

a) Milyen tartományban lehet a gáz térfogatárama, ha azt szeretnénk, hogy a töltet fluid állapotban legyen, de a fluidizált töltet magassága ne haladja meg a 4 m-t? (25 pont)

b) Mekkora lenne a nyomásesés az oszlopon 100 m$^3$/h térfogatáram esetén? (18 pont)

c) Ha az oszlopba az eddigieken felül még 18 kg katalizátort teszünk, mekkora lesz a nyomásesés fluidizáció alatt? (12 pont)

*3.10. feladat*

Egy 230 mm átmérőjű, 3,5 m magas oszlopba 49 kg 2,5 mm átmérőjű, gömb alakú részecskéket ($\rho = 1980$ kg/m$^3$) töltünk. A folyadékot ($\rho = 1150$ kg/m$^3$, $\eta = 1{,}35$ mPas) alulról felfelé áramoltatjuk.

Mekkora a töltetmagasság és a tölteten eső nyomásesés, ha a folyadék sebessége a

a) kezdeti fluidizációs sebesség négyszerese?

b) kihordási sebesség 5%-a?

## *1.4. Szűrés*

4.1. feladat

Laborkísérletben 90 cm$^2$ felületű szűrőn 1,95 bar nyomáskülönbséggel végzett szűrés során a 20. percben 100 ml, az 50. percben 190 ml volt a szűrlet összmennyisége.

a) Mennyi idő szükséges a laborban vizsgált anyagból 3 m$^3$ leszűréséhez egy sarzsban, ha az üzemi szűrő felülete 120 m$^2$, az üzemben rendelkezésre álló nyomáskülönbség 2,5 bar, és az üzemi szűrőben ugyanazt a szűrővászontípust használják, mint amit a laborban használtunk?

b) Az üzemi szűrőprésen hány sarzsban lenne érdemes leszűrni 9 m$^3$ anyagot, ha az állásidő 12 perc?

c) Mennyi ideig tartana az előző pontban leírt művelet?

d) A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként 200 kg szilárd anyagot tartalmaz. Hány százalékig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepény a 2 cm széles kereteket? Feltételezzük, hogy a teljes szilárd anyag mennyiséget kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepény sűrűsége 1600 kg/m$^3$.

A szűrlet viszkozitása a laborban 1,2 mPas, üzemben 0,9 mPas.

Megoldás

a) Mennyi idő szükséges a laborban vizsgált anyagból 3 m$^3$ leszűréséhez egy sarzsban, ha az üzemi szűrő felülete 120 m$^2$, az üzemben rendelkezésre álló nyomáskülönbség 2,5 bar, és az üzemi szűrőben ugyanazt a szűrővászontípust használják, mint amit a laborban használtunk?

Szűrési állandók meghatározása

Kiszámítjuk a $\Delta t/\Delta V - V$ diagram ábrázolásához szükséges pontokat.

| **$V$ [ml]** | 100 | 190 |
|---|---|---|
| **$t$ [min]** | 20 | 50 |
| **$V$ [m$^3$]** | $5\cdot10^{-5}$ | $14{,}5\cdot10^{-5}$ |
| **$\Delta t/\Delta V$ [s/m$^3$]** | $1{,}2\cdot10^{7}$ | $2\cdot10^{7}$ |

Az $n$-dik pont értékeinek kiszámítása az alábbi képletek segítségével történik:

$$V_n = \frac{V_{n-1} + V_n}{2}$$

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta V}\right)_n = \frac{t_n - t_{n-1}}{V_n - V_{n-1}}$$

Az első pont számításánál feltételezünk egy 0. pontot, a $t = 0$ min időpontban, amikor $V = 0$ ml.

Az egyenes meredeksége és ebből az egyik szűrési állandó.

$$a = \frac{\Delta \frac{\Delta t}{\Delta V}}{\Delta V} = \frac{2\cdot10^7 \frac{\text{s}}{\text{m}^3} - 1{,}2\cdot10^7 \frac{\text{s}}{\text{m}^3}}{14{,}5\cdot10^{-5}\,\text{m}^3 - 5\cdot10^{-5}\,\text{m}^3} = 8{,}42\cdot10^{10}\,\frac{\text{s}}{\text{m}^6}$$

$$a = \frac{\alpha\cdot c\cdot\eta}{A^2\cdot\Delta p}$$

$$\alpha \cdot c = \frac{a \cdot A^2 \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{8{,}42 \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^6} \cdot \left(9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2\right)^2 \cdot 1{,}95 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}{1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 1{,}11 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}$$

Az egyenes tengelymetszetét az egyenes meredekségét és a 2. pont adatait az egyenes egyenletébe visszahelyettesítve kapjuk.

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = a \cdot V + b$$

$$b = \frac{\Delta t}{\Delta V} - a \cdot V = 2 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^3} - 8{,}42 \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^6} \cdot 14{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^3 = 7{,}79 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^3}$$

$$b = \frac{R_k \cdot \eta}{A \cdot \Delta p}$$

$$R_k = \frac{b \cdot A \cdot \Delta p}{\eta} = \frac{7{,}79 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}95 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}{1{,}2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}} = 1{,}14 \cdot 10^{13}\,\frac{1}{\mathrm{m}}$$

Szűrési idő

$$t' = \frac{\eta'}{\Delta p'} \cdot \left[\frac{\alpha \cdot c}{2} \cdot \left(\frac{V'}{A'}\right)^2 + R_k \cdot \frac{V'}{A'}\right]$$

$$t' = \frac{0{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas}}{2{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}} \cdot \left[\frac{1{,}11 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}}{2} \cdot \left(\frac{3\,\mathrm{m}^3}{120\,\mathrm{m}^2}\right)^2 + 1{,}14 \cdot 10^{13}\,\frac{1}{\mathrm{m}} \cdot \frac{3\,\mathrm{m}^3}{120\,\mathrm{m}^2}\right] = 2274\,\mathrm{s} = 37{,}9\,\mathrm{min}$$

b) Az üzemi szűrőprésen hány sarzsban lenne érdemes leszűrni 9 m$^3$ anyagot, ha az állásidő 12 perc?

Ki kell számolni az optimális szűrlettérfogatot. A kifejezésben levő gyökös tagot érdemes külön is kiszámolni, mert az szerepel az optimális szűrési időben is.

$$\sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot t_á}{\eta \cdot \alpha \cdot c}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 720\,\mathrm{s}}{0{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pas} \cdot 1{,}11 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}}} = 1{,}9 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

$$V_{opt} = A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot t_á}{\eta \cdot \alpha \cdot c}} = 120\,\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = 2{,}28\,\mathrm{m}^3$$

A sarzsok számát megkapjuk, ha az aktuális térfogatot elosztjuk az optimális szűrlettérfogattal, és az értéket felfelé kerekítjük.

$$n = \frac{V}{V_{opt}} = \frac{9\,\mathrm{m}^3}{2{,}28\,\mathrm{m}^3} = 3{,}95 \approx 4$$

c) Mennyi ideig tartana az előző pontban leírt művelet?

A b) pont eredménye alapján 3,95 sarzsban lehet leszűrni 9 m$^3$ anyagot. Ez azt jelenti, hogy lenne három teljes sarzs, amelyek után egy-egy állásidőt be kell számolni, valamint az utolsó, nem teljes sarzs idejét meg kell határozni, és a végén illik elmosogatni, így lesz még egy állásidő.

$$t_{összes} = 3 \cdot t_{opt} + t_{maradék} + 4 \cdot t_á$$

Az optimális szűrési idő:

$$t_{opt} = t_á + R_k \cdot \frac{\eta}{\Delta p} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot t_á}{\eta \cdot \alpha \cdot c}} = 720\,\text{s} + 1{,}14 \cdot 10^{13}\,\frac{1}{\text{m}} \cdot \frac{0{,}9 \cdot 10^{-3}\,\text{Pas}}{2{,}5 \cdot 10^{5}\,\text{Pa}} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-2}\,\text{m} = 1500\,\text{s} = 25\,\text{min}$$

A negyedik sarzsra megmaradt anyag térfogata:

$$V_{maradék} = V - 3 \cdot V_{opt} = 9\,\text{m}^3 - 3 \cdot 2{,}28\,\text{m}^3 = 2{,}16\,\text{m}^3$$

A negyedik, nem teljes sarzs szűrési ideje:

$$t_{maradék} = \frac{\eta}{\Delta p} \cdot \left[ \frac{\alpha \cdot c}{2} \cdot \left( \frac{V_{maradék}}{A} \right)^2 + R_k \cdot \frac{V_{maradék}}{A} \right]$$

$$t_{maradék} = \frac{0{,}9 \cdot 10^{-3}\,\text{Pas}}{2{,}5 \cdot 10^{5}\,\text{Pa}} \cdot \left[ \frac{1{,}11 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{\text{m}^2}}{2} \cdot \left( \frac{2{,}16\,\text{m}^3}{120\,\text{m}^2} \right)^2 + 1{,}14 \cdot 10^{13}\,\frac{1}{\text{m}} \cdot \frac{2{,}16\,\text{m}^3}{120\,\text{m}^2} \right] = 1386\,\text{s}$$

Az összes szűrési idő:

$$t_{összes} = 3 \cdot t_{opt} + t_{maradék} + 4 \cdot t_á = 3 \cdot 1500\,\text{s} + 1386\,\text{s} + 4 \cdot 720\,\text{s} = 8766\,\text{s} = 146{,}1\,\text{min} = 2{,}435\,\text{h}$$

A gyakorlatban 4 egyenlő részletben történik a szűrés, a szükséges idő kisebb a fentebb számítottnál (mivel nem teljesül, hogy $V \gg V_{opt}$), az eltérés elhanyagolható.

d) A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként 200 kg szilárd anyagot tartalmaz. Hány százalékig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepény a 2 cm széles kereteket? Feltételezzük, hogy a teljes szilárd anyag mennyiséget kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepény sűrűsége 1600 kg/m$^3$.

Egy sarzs, azaz $V_{opt}$ = 0,036 m$^3$ szűrletből visszamaradt szűrőlepény tömege:

$$m_{lepény} = V_{opt} \cdot c = 2{,}28\,\text{m}^3 \cdot 200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 456\,\text{kg}$$

A szűrőlepény térfogata:

$$V_{lepény} = \frac{m_{lepény}}{\rho_{lepény}} = \frac{456\,\text{kg}}{1600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}285\,\text{m}^3$$

Adott szűrőfelületen a lepény magassága:

$$V_{lepény} = h_{lepény} \cdot A$$

$$h_{lepény} = \frac{V_{lepény}}{A} = \frac{0{,}285\,\text{m}^3}{120\,\text{m}^2} = 2{,}375 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 0{,}2375\,\text{cm}$$

A kitöltés százalékánál figyelembe kell venni, hogy a keret két oldalán képződik szűrőlepény.

$$x = \frac{2 \cdot h_{lepény}}{h_{keret}} = \frac{2 \cdot 2{,}375 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}{0{,}02\,\text{m}} = 0{,}2375$$

Tehát egy sarzs 23,75%-ban tölti meg a szűrőkereteket.

*4.2. feladat*

Egy 1600 cm$^2$ szűrőfelületű keretes szűrőprésen $7{,}848 \cdot 10^4$ Pa nyomáskülönbség mellett, krétapor szűrése közben a következő adatokat mérték:

| V [liter] | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| t [min] | 0,8 | 1,8 | 3,05 | 4,55 | 6,25 | 8,15 |

A szűrlet dinamikai viszkozitása $10^{-3}$ Pas.

a) Határozza meg a szűrési állandókat!

b) Mennyi ideig tart leszűrni 500 l anyagot egy 1 m$^2$ szűrőfelületű szűrőprésen $1{,}6\cdot10^5$ Pa nyomáskülönbség mellett?

c) Az eredeti szűrőprésen hány sarzsban lenne érdemes leszűrni 100 l anyagot, ha az állásidő 6 perc?

d) Mennyi ideig tartana a c) pontban leírt művelet?

e) A leszűrni kívánt szuszpenzió köbméterenként 90 kg krétaport tartalmaz. Hány százalékig tölti fel egy teljes sarzs leszűrése után visszamaradt szűrőlepény a 3 cm széles keretet, ha egy keretet, illetve két bordázott részt használunk? Feltételezzük, hogy a teljes krétamennyiséget kiszűrjük, és a visszamaradt szűrőlepény sűrűsége 1700 kg/m$^3$.

*4.3. feladat (I/96. oldal/1. feladat)*

Egy 177 cm$^2$ szűrőfelületű laboratóriumi szűrőberendezésen $7{,}466\cdot10^4$ Pa nyomáskülönbség mellett a következő adatokat mérték:

| *V* [m$^3$] | 0,001 | 0,002 | 0,003 | 0,004 |
|---|---|---|---|---|
| *t* [min] | 2,7 | 6,1 | 10,1 | 14,7 |

A szűrlet dinamikai viszkozitása $10^{-3}$ Pas.

Mennyi idő alatt szűrhető le 2,4 m$^3$ ugyanilyen zagy egy 1,2 m$^2$ felületű ipari szűrőn $1{,}765\cdot10^5$ Pa nyomáskülönbség mellett, melyen hasonló szűrővásznat használunk?

*4.4. feladat*

Egy 40 dm$^2$-es laboratóriumi szűrőn, 70000 Pa nyomáskülönbség mellett, az alábbi adatokat mérték:

| *V* [dm$^3$] | 10 | 30 |
|---|---|---|
| *t* [s] | 105,5 | 469,5 |

a) Számítsa ki a szűrési konstansokat!

b) Számítsa ki az optimális szűrlettérfogatot!

c) Számítsa ki az optimális szűrési időt! Mennyi idő alatt dolgozna fel 390 dm$^3$ anyagot?

A szűrlet viszkozitása 0,8 mPas, állásidő 4,5 perc

### *1.5. Keverés*

*5.1. feladat (I/54. oldal/1. feladat)*

Egy 30 °C-os olajszuszpenzió fenntartását 0,1 m átmérőjű négylapátos, 60°-os szöget bezáró keverővel valósítják meg. Számítsa a keverőmotor teljesítményszükségletét, ha a mérések szerint 540 1/min fordulatszámú keverés kielégítő, és a transzmisszió hatásfoka 80%! A szuszpenzió sűrűsége 850 kg/m$^3$, dinamikai viszkozitása $10^{-2}$ Pas.

Megoldás

Keverési Reynolds szám

$$Re_k = \frac{d^2 \cdot n \cdot \rho}{\eta} = \frac{(0{,}1\,\mathrm{m})^2 \cdot 540\,\frac{1}{\mathrm{min}} \cdot 850\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{0{,}01\,\mathrm{Pas} \cdot 60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}} = 7650$$

A keverési Euler szám meghatározásához le kell olvasni a négylapátos, 60°-os szöget bezáró keverő állandói a *Különböző keverőtípusok teljesítményszámításának konstansai táblázatból* (9.1. táblázat): $A = 6{,}3$; $l = 0{,}18$.

$$Eu_k = \frac{A}{Re_k^l} = \frac{6{,}3}{(7650)^{0{,}18}} = 1{,}26$$

Teljesítményszükséglet $Eu_k = \dfrac{P}{d^5 \cdot n^3 \cdot \rho}$

$$P = Eu_k \cdot d^5 \cdot n^3 \cdot \rho = 1{,}26 \cdot (0{,}1\,\mathrm{m})^5 \cdot \left( \frac{540\,\frac{1}{\mathrm{min}}}{60\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{min}}} \right)^3 \cdot 850\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 7{,}8\,\mathrm{W}$$

Valós teljesítményszükséglet

$$P_{valós} = \frac{P}{hatásfok} = \frac{7{,}8\,\mathrm{W}}{0{,}8} = 9{,}76\,\mathrm{W}$$

*5.2. feladat (1/56. oldal/4. feladat)*

Középolajfrakciót szulfoklórozás előtt négykarú horgonykeverővel való keverés közben melegítenek fel. Számítsa ki a keverőmotor maximális teljesítményszükségletét, ha indításkor az üzemi teljesítményszükséglet háromszorosa lép fel!

$d = 1$ m $\rho = 800$ kg/m$^3$ *hatásfok* = 0,8 $n = 90$ 1/min $\eta = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Pas

*5.3. feladat (1/58. oldal/2. feladat)*

Egy 60%-os cukoroldat keveréséhez milyen teljesítményű motort használjunk, ha a motor cosφ-je 0,83, a transzmisszió hatásfoka 0,75, az oldat viszkozitása $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ Pas, sűrűsége 1260 kg/m$^3$. A keverő átmérője 150 mm, fordulatszáma 480 1/min. Mennyi lesz a motor által felvett teljesítmény, ha a keverő fordulatszámát 600 1/min-re növeljük?

$$Eu_k = \frac{6}{Re_k^{0{,}18}}$$

*5.4. feladat*

Milyen hatásfokkal történik a keverés abban a kétkarú horgonykeverővel ellátott tartályban, amelyben 80 1/min fordulatszámmal 960 kg/m$^3$ sűrűségű és 0,6 Pas dinamikus viszkozitású anyagot keverünk. A lapát átmérője 1,2 m, a motor teljesítményfelvétele 6,75 kW.

*5.5. feladat (I/56. oldal/3. feladat)*

Egy 30 cm átmérőjű hatlapátos vezetőkerekes turbinakeverővel 60 1/min fordulatszámmal víznek tekinthető fermentlevet keverünk. A motor 80%-os hatásfokkal üzemel.

Milyen teljesítményű motorra van szükség?

## 2. Eredmények

### *2.1. Áramlástan*

*1.3. feladat*

$L_{e,szelep} = 12$ m; $L_{e,könyök} = 0,7$ m; $L_{összes} = 44,1$ m; $v_2 = 1,3$ m/s; $\varepsilon/D = 4,5\cdot10^{-3}$; $f = 0,033$; $\Delta p_{szivattyú} = 1,25\cdot10^{5}$ Pa; $P = 261$ W

*1.4. feladat*

a) $h_0' = 1,78$ m; $h_1' = 0,51$ m; $t = 67,1$ s (szabad kifolyás)

b) $L_{e,szelep} = 14$ m; $L_{e,könyök} = 0,8$ m; $L_{összes} = 31,6$ m

c) $\varepsilon/D = 6,5\cdot10^{-3}$; $v = 2,28$ m/s

d) $\Delta h = 1,38$ m

e) $h_0 = 1,38$ m; $h_1 = 0$ m; $t = 331,5$ s

*1.5. feladat*

$v_2 = 2,91$ m/s; $L_{e,szelep} = 8$ m; $L_{e,könyök} = 0,55$ m; $L_{összes} = 115,3$ m; $\varepsilon/D = 1,9\cdot10^{-3}$; $f = 0,035$; $\Delta p_{szivattyú} = 9,77\cdot10^{5}$ Pa; $P = 3,26$ kW

*1.6. feladat*

$\varepsilon/D = 1,25\cdot10^{-3}$; $v_2 = 1,6$ m/s; $\dot{V} = 2\cdot10^{-3}$ m$^3$/s

*1.7. feladat*

$L_{e,szelep} = 6,5$ m; $L_{e,könyök} = 0,4$ m; $L_{összes} = 46,6$ m; $\varepsilon/D = 0,015$; $v_2 = 2,28$ m/s; $\dot{V} = 7,17\cdot10^{-4}$ m$^3$/s; $v_{ki} = 2,54$ m/s; $h_A = 0,33$ m

*1.8. feladat*

a) $L_{e,szelep} = 6,5$ m; $L_{e,könyök} = 0,4$ m; $L_{összes} = 39,6$ m; $\varepsilon/D = 0,015$; $v_2 = 2,19$ m/s; $\dot{V} = 6,88\cdot10^{-4}$ m$^3$/s; $V = 2,48$ m$^3$

b) $L_{összes} = 42,6$ m; $v = 1,77$ m/s; $f = 0,045$; $p_1 = 4,66\cdot10^{5}$ Pa

c) $L_{összes} = 39,6$ m; $v_2 = 2,66$ m/s; $h = 0,36$ m

d) $v = 2,65$ m/s; $\Delta h = 1,38$ m

e) $h_0 = 1,38$ m; $f = 0,044$; $H = 12,13$ m

*1.9. feladat*

a) $h_0 = 1,768$ m; $h_1 = 0,768$ m; $t = 240$ s (szabad kifolyás)

b) $\varepsilon/D = 4\cdot10^{-3}$; $v = 1,62$ m/s

c) $v = 1,04$ m/s

*1.10. feladat*

$\varepsilon/D = 8\cdot10^{-3}$; $L_{e,szelep} = 7$ m; $L_{e,könyök} = 0,4$ m; $L_{összes} = 108,2$ m; v = 1,07 m/s

*1.11. feladat*

$v$ = 1,57 m/s; $\varepsilon/D = 6{,}3\cdot10^{-4}$; $f$ = 0,0215; $L_{e,szelep}$ = 25 m; $L_{e,könyök}$ = 1,4 m; $L_{összes}$ = 169 m; $\Delta p_{szivattyú} = 3{,}54\cdot10^{5}$ Pa; $P$ = 4100 W

*1.12. feladat*

a) $\varepsilon/D = 4\cdot10^{-5}$; $L_{e,szelep}$ = 14 m; $L_{e,könyök}$ = 0,8 m; $L_{összes}$ = 42,6 m; $v$ = 3,14 m/s; $h_B$ = 0,5 m

b) $h_1$ = 0,26 m; $t$ = 20 s

*1.13. feladat*

a) $\varepsilon/D = 1{,}1\cdot10^{-2}$; $L_{e,szelep}$ = 8,5 m; $L_{e,könyök}$ = 0,5 m; $L_{összes}$ = 45 m; $v$ = 0,97 m/s; $h_B$ = 0,37 m

b) $p_3 = 2{,}7\cdot10^{5}$ Pa; A manométer $1{,}7\cdot10^{5}$ Pa nyomást mutat.

**2.2. Ülepítés**

*2.4. feladat*

a) $B = 2{,}9\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)$ = 0,58; $F(v)$ = 0,014; $v = 3{,}7\cdot10^{-4}$ m/s; $\dot{V}$ = 33,32 m³/h

b) $v = 6{,}67\cdot10^{-2}$ m/s; $F(v)$ = 2,53; $F(d)$ = 13; $d_p \geq 4{,}48\cdot10^{-4}$ m

c) $F(d)$ = 4,35; $F(v)$ = 0,6; $v = 1{,}58\cdot10^{-2}$ m/s; $n = 3{,}22 \approx 4$

*2.5. feladat*

a) $B_{\text{szén}} = 1{,}39\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{szén}}$ = 20,79; $F(v)_{\text{szén}}$ = 4,2; $B_{\text{meddő}} = 2{,}8\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{meddő}}$ = 33,56; $F(v)_{\text{meddő}}$ = 6,5; 0,054 m/s < v < 0,17 m/s

b) $F(v)_{\text{meddő}}$ = 2,07; $F(d)_{\text{meddő}}$ = 10,5; $d_{p,\text{meddő},min} = 3{,}75\cdot10^{-4}$ m

*2.6. feladat*

$B_N = 3{,}79\cdot10^{4}$ 1/m; $F(v)_N$ = 0,658; $F(d)_N$ = 4,5; $d_p \leq 1{,}19\cdot10^{-4}$ m; $B' = 2{,}71\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)'$ = 3,22; $F(v)'$ = 0,375; $v'$ = 0,63 m/s; $\dot{V}$ = 1,26 m³/s; $\dot{m}$ = 7,79 kg/h;

*2.7. feladat*

a) $B = 2{,}87\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)$ = 1,433; $F(v)$ = 0,0856; $v = 2{,}46\cdot10^{-3}$ m/s; $n = 3{,}52 \approx 4$

b) $A$ = 45 m²; $\dot{V}$ = 0,2 m³/s; $v = 4{,}43\cdot10^{-3}$ m/s; $F(v)$ = 0,155; $F(d)$ = 1,93; $d_p \geq 6{,}72\cdot10^{-5}$ m

*2.8. feladat*

a) $B = 2{,}57\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)$ = 18; $F(v)$ = 3,7; $v = 9{,}51\cdot10^{-2}$ m/s; $A$ = 5,84 m²

b) $B = 1{,}58\cdot10^{4}$ 1/m; $F(v)$ = 6,03; $F(d)$ = 30; $d_p \geq 1{,}9\cdot10^{-3}$ m

*2.9. feladat*

$B_{\text{anion}} = 1{,}33\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{anion}}$ = 15,96; $F(v)_{\text{anion}}$ = 3,3; $v_{\text{anion}}$ = 0,044 m/s; $B_{\text{kation}} = 1{,}61\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{kation}}$ = 19,34; $F(v)_{\text{kation}}$ = 3,8; $v_{\text{kation}}$ = 0,061 m/s; 31 m³/h < $\dot{V}$ < 43,25 m³/h

*2.10. feladat*

$B_{\text{szén}} = 1{,}51\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{szén}}$ = 30,17; $F(v)_{\text{szén}}$ = 6; $B_{\text{meddő}} = 2{,}83\cdot10^{4}$ 1/m; $F(d)_{\text{meddő}}$ = 42,45; $F(v)_{\text{meddő}}$ = 8,1; 0,086 m/s < v < 0,22 m/s

2.11. feladat

a) $B_A = 3{,}4 \cdot 10^4$ 1/m; $F(d)_A = 20{,}4$; $F(v)_A = 4{,}1$; $v_A = 0{,}14$ m/s

b) $B_B = 2{,}36 \cdot 10^4$ 1/m; $F(v)_B = 5{,}93$; $F(d)_B = 29$; $d_{p,B} \geq 1{,}23 \cdot 10^{-3}$ m

2.12. feladat

$B = 3{,}79 \cdot 10^4$ 1/m; $F(v) = 1{,}05$; $F(d) = 6$; $d_p$ 7 $1{,}58 \cdot 10^{-4}$ m; $B' = 3{,}25 \cdot 10^4$ 1/m; $F(d)' = 5{,}15$; $F(v) = 0{,}8$; $v' = 0{,}91$ m/s; $\dot{V}' = 8$ m$^3$/s; $A_{összes} = 8{,}82$ m$^2$; $n = 3$

## 2.3. Fluidizáció

3.3. feladat

$\rho_k = 1{,}19$ kg/m$^3$; $v_0 = 0{,}5$ m/s; erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 3{,}46 \cdot 10^5$ ; A töltet nyugalomban van. $\Delta p = 10^4$ Pa

3.4. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 1{,}43 \cdot 10^5$ ; $Re_m^* = 80$; $v_0^* = 2{,}67 \cdot 10^{-2}$ m/s

b) $Re_m^{**} = 800$; $v_0^{**} = 0{,}267$ m/s

c) $v_0 = 5{,}34 \cdot 10^{-2}$ m/s; A töltet fluidizál. $L_0 = 0{,}68$ m; $\Delta p = 8{,}6 \cdot 10^3$ Pa

d) $v_0 = 0{,}13$ m/s; $Re_m = 400$; $\varepsilon = 0{,}8$; $L = 3{,}38$ m

e) A töltet nem fluidizál. $\varepsilon = 0{,}4$; $L = 1{,}13$ m; $\Delta p = 1{,}48 \cdot 10^5$ Pa

3.5. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 1{,}2 \cdot 10^5$ ; $Re_m^* = 70$; $v_0^* = 0{,}66$ m/s

b) $\Delta p_{rács} = 2{,}25 \cdot 10^4$ Pa

3.6. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 2{,}27 \cdot 10^3$ ; $v_0 = 7{,}83 \cdot 10^{-2}$ m/s; $Re_m = 2$; A töltet nyugalomban van. $\Delta p = 2{,}1 \cdot 10^4$ Pa

b) $Re_m^* = 3{,}7$; $v_0^* = 0{,}145$ m/s

c) $Re_m^{**} = 65$; $v_0^{**} = 2{,}55$ m/s; $v_0 = 1{,}27$ m/s; $Re_m = 32{,}4$; A töltet fluidizál. $L_0 = 1{,}56$ m; $L = 7{,}8$ m; $\Delta p = 3{,}21 \cdot 10^4$ Pa

3.7. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 6{,}45 \cdot 10^4$; $Re_m^* = 45$; $v_0^* = 0{,}346$ m/s; $v_0 = 0{,}69$ m/s; $Re_m = 90$; A töltet fluidizál. $L_0 = 0{,}36$ m; $L = 0{,}77$ m; $\Delta p = 4{,}23 \cdot 10^3$ Pa

b) $Re_m^{**} = 520$; $v_0^{**} = 4$ m/s; $v_0 = 0{,}2$ m/s; $Re_m = 26$; A töltet nyugalomban van. $L = 0{,}6$ m; $\Delta p = 1{,}8 \cdot 10^3$ Pa

3.8. feladat

a) $\rho_k = 1{,}57$ kg/m$^3$; erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 8{,}82 \cdot 10^4$; $Re_m^* = 56$; $v_0^* = 0{,}59$ m/s; $Re_{m\,(\varepsilon = 0,9)} = 420$; $v_{0\,(\varepsilon = 0,9)} = 4{,}41$ m/s; 308 m$^3$/h < $\dot{V}$ < 2308 m$^3$/h

b) $v_0 = 1{,}1$ m/s; A töltet fluidizál. $L_0 = 1{,}8$ m; $\Delta p = 4{,}59 \cdot 10^4$ Pa

3.9. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 2\cdot 10^5$; $Re_m^* = 98$; $v_0^* = 0{,}75$ m/s; $L_0 = 1{,}2$ m; $\varepsilon = 0{,}7$; $Re_{m\,(\varepsilon = 0{,}7)} = 350$; $v_{0\,(\varepsilon = 0{,}9)} = 2{,}68$ m/s; 133 $m^3/h < \dot{V} < 474\ m^3/h$

b) $v_0 = 0{,}57$ m/s; $Re_m = 74$; $\Delta p = 1{,}33\cdot 10^4$ Pa

c) $V_{t,+} = 0{,}01\ m^3$; $L_{0,+} = 0{,}2$ m; $L_{0,új} = 1{,}4$ m; $\Delta p_{rács,új} = 2{,}48\cdot 10^4$ Pa

3.10. feladat

a) erőegyensúlyban $f_m Re_m^2 = 4\cdot 10^5$; $Re_m^* = 32$; $v_0^* = 1{,}5\cdot 10^{-2}$ m/s; $v_0 = 0{,}06$ m/s; $Re_m = 128$; A töltet fluidizál. $V_t = 2{,}47\cdot 10^{-2}\ m^3$; $L_0 = 0{,}6$ m; $\varepsilon = 0{,}7$; $L = 2$ m; $\Delta p = 4{,}85\cdot 10^3$ Pa

b) $Re_m^{**} = 380$; $v_0^{**} = 0{,}178$ m/s; $v_0 = 9\cdot 10^{-3}$ m/s; $Re_m = 19$; A töltet nyugalomban van. $L = 1$ m; $\Delta p = 2{,}21\cdot 10^3$ Pa

### 2.4. Szűrés

4.2. feladat

a) $\alpha c = 1{,}125\cdot 10^{12}\ 1/m^2$; $R_k = 9{,}8\cdot 10^{10}$ 1/m

b) $t = 1185$ s

c) $V_{opt} = 0{,}036\ m^3$; $n = 2{,}78 \approx 3$

d) $t_{opt} = 640$ s; $n = 12$; $V_{maradék} = 0{,}028\ m^3$; $t_{opt} = 438$ s; $t_{összes} = 2798$ s = 46,64 min

e) $m_{lepény} = 3{,}24$ kg; $V_{lepény} = 1{,}9\cdot 10^{-3}\ m^3$; $h_{lepény} = 0{,}012$ m; $x = 0{,}8$

4.3. feladat

$\alpha c = 8{,}3\cdot 10^{11}\ 1/m^2$; $R_k = 1{,}75\cdot 10^{11}$ 1/m; $t = 3{,}5$ h

4.4. feladat

a) $\alpha c = 7{,}14\cdot 10^{12}\ 1/m^2$; $R_k = 2{,}8\cdot 10^{11}$ 1/m

b) $V_{opt} = 3{,}25\cdot 10^{-2}\ m^3$

c) $t_{opt} = 530$ s; $n = 12$; $t_{összes} = 6360$ s = 1,77 h

### 2.5. Keverés

5.2. feladat

$Re_k = 8\cdot 10^4$; $A = 0{,}60$; $l = 0{,}25$; $Eu_k = 0{,}357$; $P = 963$ W; $P_{valódi} = 1204$ W; $P_{max} = 3{,}6$ kW

5.3. feladat

$Re_k = 15120$; $Eu_k = 1{,}06$; $P = 52$ W; $P_{valódi} = 83{,}52$ W

5.4. feladat

$Re_k = 3072$; $Eu_k = 0{,}833$; $P = 4715{,}5$ W; *hatásfok* = 0,7

5.5. feladat

$Re_k = 9\cdot 10^4$; $Eu_k = 1{,}08$; $P = 2{,}63$ W; $P_{valódi} = 3{,}28$ W