Folyamatirányítás

Számítási gyakorlatok

2010

TARTALOMJEGYZÉK

Írta: Dr. Borus Andor egyetemi adjunktus

Elektronikus formáját létrehozta: Udvari Norbert egyetemi hallgató

Ellenőrizte és bővítette: Dr. Farkas Tivadar tudományos munkatárs

1. I.-II. RENDŰ TAGOK

1.1. feladat

Egy tökéletesen kevert, nyitott tartályban folyamatosan meleg vizet gyártanak közvetlen gőzbefúvással. A kezdeti stacionárius állapotban 30 kg/h gőzárammal $t_1(0) = 15°C$-ról $t_2(0) = 75°C$-ra melegítjük a vízáramot. A gőzáramot pillanatszerűen elzárva a kilépő vízhőmérséklet csökkenni kezd az alábbi időfüggvény szerint:

i [min]	0	2	4	8	12	16	20	25	30
t_2 [°C]	75	69,5	64,6	56	48,9	43	38,1	33,2	29,4

a) A fenti átmeneti függvényt linearizálva bizonyítsa be, hogy a hőcserélő $G(s) = \dfrac{t_2(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)}$ átviteli függvénye $\dfrac{A}{T \cdot s + 1}$ alakú, és adja meg az A és T konstansokat!

b) A gőzáram elzárása után megvárjuk az új stacionárius állapotot. Azután elindítjuk a gőzáramot, mely ezúttal 50 kg/h. Adja meg a kilépő vízáram hőmérsékletének időfüggvényét! Mikor forr fel a tartályban a víz?

Megoldás:

a) A fenti átmeneti függvényt linearizálva bizonyítsa be, hogy a hőcserélő $G(s) = \dfrac{t_2(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)}$ átviteli függvénye $\dfrac{A}{T \cdot s + 1}$ alakú, és adja meg az A és T konstansokat!

Ha egy tag átviteli függvénye $\dfrac{A}{T \cdot s + 1}$ alakú, akkor a tag elsőrendű. Ha a tartály elsőrendű tagként viselkedik, akkor az átmeneti függvénye az alábbi alakú:

$$\hat{t}_2(i) = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

Ezt az alábbi formában is írhatjuk:

$$\hat{t}_2(i) = \hat{t}_2(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\ln \frac{\hat{t}_2(\infty) - \hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)} = -\frac{1}{T} \cdot i$$

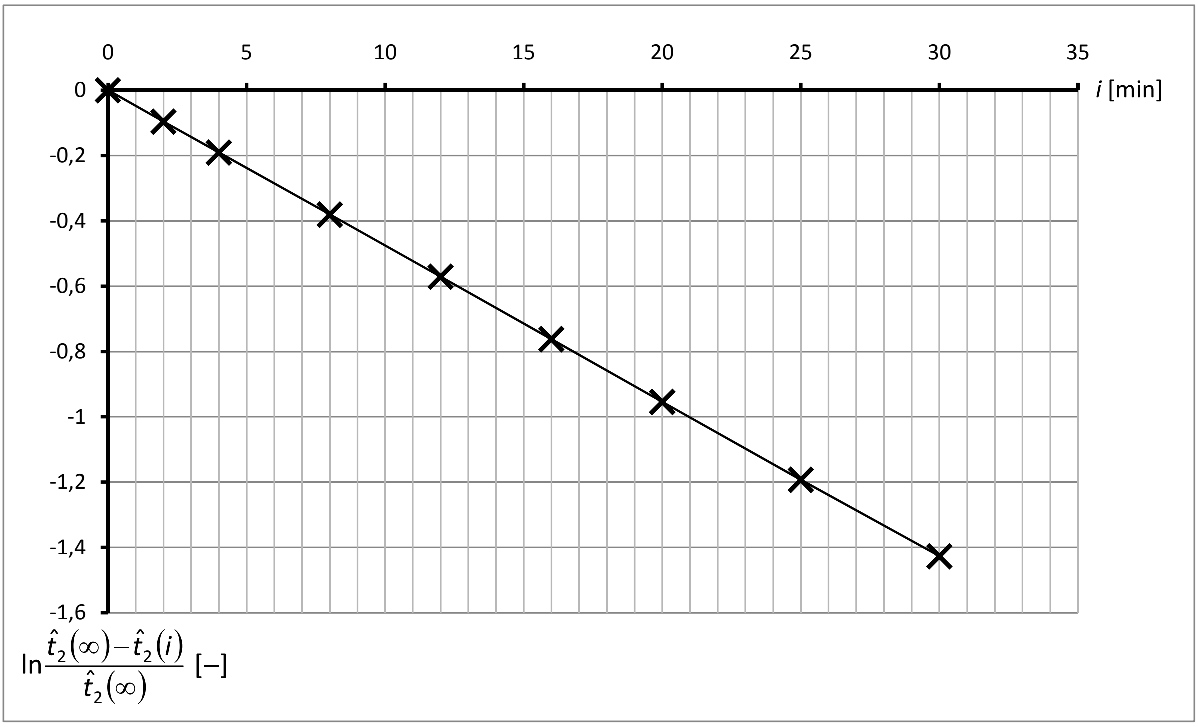
Tehát ha az $\ln \dfrac{\hat{t}_2(\infty) - \hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}$ kifejezést az idő függvényében ábrázolva egy negatív meredekségű egyenest kapunk, akkor az csak úgy lehet, hogy a kezdeti feltételezésünk helyes, azaz a tartály elsőrendű tagként viselkedik.

A fenti kifejezés ábrázolásához szükségünk van $\hat{t}_2(\infty)$ értékére. Ha a gőzáramot elzárjuk, akkor végtelen idő elteltével előáll az az állapot, hogy a bemenő áram mindenféle melegedés nélkül távozik a tartályból, azaz $t_2(\infty) = t_1 = 15°C$. Ebből számítható $\hat{t}_2(\infty)$ értéke a kezdeti stacionárius állapotból:

$$\hat{t}_2(\infty) = t_2(\infty) - t_2(0) = 15^{o}\,C - 75^{o}\,C = -60^{o}\,C$$

Ez alapján számíthatók a diagramhoz szükséges pontok:

i [min]	0	2	4	8	12	16	20	25	30
t_2 [°C]	75	69,5	64,6	56	48,9	43	38,1	33,2	29,4
$\hat{t}_2$ [°C]	0	-5,5	-10,4	-19	-26,1	-32	-36,9	-41,8	-45,6
$\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}$ [-]	0	-0,096	-0,190	-0,381	-0,571	-0,762	-0,955	-1,193	-1,427



Látható, hogy a pontok egyenest alkotnak, tehát a tartály elsőrendű tárolóként viselkedik.

Az időállandó az egyenes meredekségéből számítható. Erre bármely ábrázolt pont adatait használhatjuk.

$$\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)} = -\frac{1}{T}\cdot i$$

$$T = -\frac{i}{\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}} = -\frac{30\,\mathrm{min}}{-1{,}427} = 21\,\mathrm{min}$$

Az erősítési tényezőt elsőrendű tag ugrászavarása esetén a zavarás nagyságából, valamint a kimenő jel, jelen esetben a hőmérséklet végtelen idő múlva felvett értékéből számíthatjuk.

$$a \cdot A = \hat{t}_2(\infty)$$

A zavarás nagysága a = -30 kg/h, mert az eredetileg 30 kg/h gőzáramot ugrásszerűen elzártuk.

$$A = \frac{\hat{t}_2(\infty)}{a} = \frac{-60°\mathrm{C}}{-30\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}} = 2\,\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{kg}/\mathrm{h}}$$

b) A gőzáram elzárása után megvárjuk az új stacionárius állapotot. Azután elindítjuk a gőzáramot, mely ezúttal 50 kg/h. Adja meg a kilépő vízáram hőmérsékletének időfüggvényét! Mikor forr fel a tartályban a víz?

Az új stacionárius állapotban $t_2(0)$ = 15°C. A rendszert ugrászavarás éri, a = 50 kg/h.

Elsőrendű tag átmeneti függvénye:

$$\hat{t}_2(i) = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = t_2(0) + a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = 15°C + 50\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} \cdot 2\,\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{kg}/\mathrm{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{21\,\mathrm{min}}}\right] = 15°\mathrm{C} + 100°\mathrm{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{21\,\mathrm{min}}}\right]$$

A függvény a tartályban 100°C-ig érvényes, akkor a víz felforr. A forrás kezdetének időpontja:

$$100°\mathrm{C} = 15°\mathrm{C} + 100°\mathrm{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{21\,\mathrm{min}}}\right]$$

$$i = 39{,}8\,\mathrm{min}$$

1.2. feladat

Egy tökéletesen kevert, közvetlen gőzbefúvással működő hőcserélőben folyamatosan 620 l/h meleg vizet gyártunk. A víz a kezdeti stacionárius állapotban 18°C-ról 54°C-ra melegszik, a gőzáram 40 kg/h. A fémrészek hőkapacitása elhanyagolható.

A gőzáramot ugrásszerűen 46 kg/h-ra növeljük. A meleg víz hőmérséklete az ugrás után így változik:

i [min]	0	5	10	20	30	60	∞
t_2 [°C]	54	55	55,8	57	57,7	58,9	59,4

a) A fenti átmeneti függvényt linearizálva bizonyítsa be, hogy a hőcserélőben tökéletes a keveredés!

b) Írja fel a $G(s) = \dfrac{t_2(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)}$ átviteli függvényt!

c) Mennyi idő alatt csökken t_2 értéke 50°C alá, ha a kezdeti stacionárius állapotban a bejövő áram hőmérséklete ugrásszerűen 10°C-ra csökken?

d) Hogyan kell megváltoztatni a hőcserélő hőkapacitását, illetve a benne levő víz térfogatát, ha azt akarjuk, hogy a c) pont szerinti zavarás csak 30 perc alatt csökkentse t_2 értékét 50°C alá?

Megoldás:

a) A fenti átmeneti függvényt linearizálva bizonyítsa be, hogy a hőcserélőben tökéletes a keveredés!

Ha a tartály elsőrendű tagként viselkedik, azaz a keveredés tökéletes, akkor az átmeneti függvénye az alábbi alakú:

$$\hat{t}_2(i) = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

Ezt az alábbi formában is írhatjuk:

$$\hat{t}_2(i) = \hat{t}_2(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\ln \frac{\hat{t}_2(\infty) - \hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)} = -\frac{1}{T} \cdot i$$

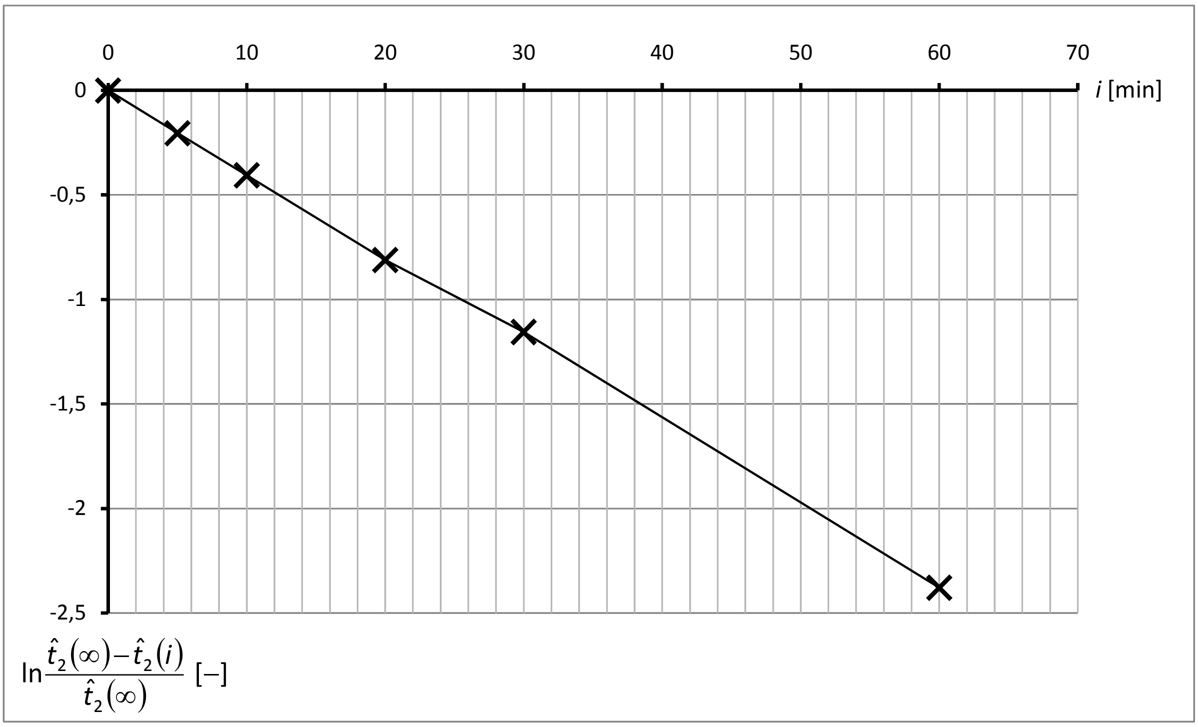
Tehát ha az $\ln \dfrac{\hat{t}_2(\infty) - \hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}$ kifejezést az idő függvényében ábrázolva egy negatív meredekségű egyenest kapunk, akkor az csak úgy lehet, hogy a kezdeti feltételezésünk helyes, azaz a tartály elsőrendű tagként viselkedik, amelyben a keveredés tökéletes.

A mért adatok alapján $t_2(\infty) = 59{,}4°C$. Ebből számítható $\hat{t}_2(\infty)$ értéke a kezdeti stacionárius állapotból:

$$\hat{t}_2(\infty) = t_2(\infty) - t_2(0) = 59{,}4^\circ C - 54^\circ C = 5{,}4^\circ C$$

Ez alapján számíthatók a diagramhoz szükséges pontok:

i [min]	0	5	10	20	30	60
t_2 [°C]	54	55	55,8	57	57,7	58,9
$\hat{t}_2$ [°C]	0	1	1,8	3	3,7	4,9
$\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}$ [-]	0	-0,205	-0,405	-0,811	-1,156	-2,380



Látható, hogy a pontok közel egy egyenesre esnek, tehát a tartály elsőrendű tárolóként viselkedik, azaz a keveredés tökéletes.

b) Írja fel a $G(s) = \frac{t_2(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)}$ átviteli függvényt!

Az időállandó az a) pontban ábrázolt egyenes meredekségéből számítható. Erre bármely ábrázolt pont adatait használhatjuk.

$$\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)} = -\frac{1}{T}\cdot i$$

$$T = -\frac{i}{\ln\frac{\hat{t}_2(\infty)-\hat{t}_2(i)}{\hat{t}_2(\infty)}} = -\frac{60\,\text{min}}{-2{,}38} = 25{,}21\,\text{min}$$

Az erősítési tényezőt elsőrendű tag ugrászavarása esetén a zavarás nagyságából, valamint a hőmérséklet végtelen idő múlva felvett értékéből számíthatjuk.

$$a \cdot A = \hat{t}_2(\infty)$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = \dot{m}_{gőz}(\infty) - \dot{m}_{gőz}(0) = 46\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} - 40\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} = 6\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$$

$$A = \frac{\hat{t}_2(\infty)}{a} = \frac{5{,}4°\mathrm{C}}{6\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}} = 0{,}9\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{kg}/\mathrm{h}}$$

$$G(s) = \frac{t_2(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)} = \frac{A}{T \cdot s + 1} = \frac{0{,}9\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{kg}/\mathrm{h}}}{25{,}21\,\mathrm{min} \cdot s + 1}$$

c) Mennyi idő alatt csökken t_2 értéke 50°C alá, ha a kezdeti stacionárius állapotban a bejövő áram hőmérséklete ugrásszerűen 10°C-ra csökken?

Ebben az esetben nem használható a b) pontban felírt átviteli függvény, mert most a zavarás a bemenő áram hőmérsékletét változtatta meg. Az ebben az esetben használható átviteli függvény:

$$G(s) = \frac{t_2(s)}{t_1(s)} = \frac{1}{T \cdot s + 1} = \frac{1}{25{,}21\,\mathrm{min} \cdot s + 1}$$

Tehát a hőcserélő erre a zavarásra is elsőrendű tagként reagál, amelynek az erősítési tényezője megváltozott, az időállandója viszont nem.

A zavarás nagysága:

$$a' = t_1(\infty) - t_1(0) = 10°\mathrm{C} - 18°\mathrm{C} = -8°\mathrm{C}$$

Ezek alapján felírható az elsőrendű tag átmeneti függvénye:

$$\hat{t}_2(i) = a' \cdot A' \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = t_2(0) + a' \cdot A' \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = 54°\mathrm{C} - 8°\mathrm{C} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{25{,}21\,\mathrm{min}}}\right]$$

Ez alapján számítható, hogy a kilépő áram hőmérséklete mennyi idő alatt csökken 50°C alá:

$$50°\mathrm{C} = 54°\mathrm{C} - 8°\mathrm{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{25{,}21\,\mathrm{min}}}\right]$$

$$i = 17{,}47\,\mathrm{min}$$

d) Hogyan kell megváltoztatni a hőcserélő hőkapacitását, illetve a benne levő víz térfogatát, ha azt akarjuk, hogy a c) pont szerinti zavarás csak 30 perc alatt csökkentse t_2 értékét 50°C alá?

A hőcserélő hőkapacitásának, illetve a benne levő víz térfogatának megváltoztatása a hőcserélő időállandóját változtatja meg. A kérdés az, hogy milyen időállandó esetén teljesül a kérdésben megfogalmazott feltétel?

A c) pontban használt átmeneti függvény csak az időállandóban különbözik:

$$t_2(i) = 54°\mathrm{C} - 8°\mathrm{C} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'}}\right]$$

$$50°\mathrm{C} = 54°\mathrm{C} - 8°\mathrm{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{30\,\mathrm{min}}{T'}}\right]$$

$$T' = 43{,}28\,\mathrm{min}$$

Az alábbi képlet alapján a hőcserélő időállandója egyenes arányban függ a hőcserélő hőkapacitásától:

$$T = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p}$$

Mivel a feladat szerint a fémrészek hőkapacitása elhanyagolható, ezért fennáll az alábbi összefüggés is:

$$C = m \cdot c_p = V \cdot \rho \cdot c_p$$

Ez alapján a hőcserélő időállandója a tartályban levő víz térfogatától is egyenes arányban függ.

$$\frac{T'}{T} = \frac{C'}{C} = \frac{V'}{V} = \frac{43{,}28\,\mathrm{min}}{25{,}21\,\mathrm{min}} = 1{,}72$$

Tehát a feladatban megfogalmazott feltétel akkor teljesül, ha a hőcserélő hőkapacitását 72 %-kal megnöveljük. Ezt elérhetjük úgy, hogy a tartályban levő víz mennyiségét megnöveljük ugyanilyen arányban.

1.3. feladat

Egy tökéletesen kevert, nyitott tartályban folyamatosan meleg vizet gyártunk közvetlen gőzbevezetéssel. A kezdeti stacionárius állapotban 260 kg/h 15°C hőmérsékletű vizet vezetünk bele, ami 75°C-ra melegszik fel. A tartály hőkapacitása 500 kJ/°C, a fémrészek hőkapacitása elhanyagolható. Egy addig lezárt csövön 0,9 kg/min gőzáram indul meg a tartályba, ami 10 percig tart, azután megszűnik.

a) Írja fel a tartályból kifolyó víz hőmérsékletének (t_2) időfüggvényét a zavarás után!

b) Mennyi lesz t_2 értéke a zavarás kezdete után 5 perccel, ill. 10 perccel?

c) Mennyi idő alatt áll vissza az eredeti hőmérséklet 3°C hibával (a zavarás kezdetétől számítva)?

Számoljon úgy, hogy 1 kg gőz mindig 2200 kJ hőt ad át a víznek! A víz fajhője 4,18 kJ/(kg°C).

Megoldás:

a) Írja fel a tartályból kifolyó víz hőmérsékletének (t_2) időfüggvényét a zavarás után!

A feladat megoldásához ki kell számolnunk a tartály erősítési tényezőjét és időállandóját.

$$A = \frac{r}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{r}{\dot{m} \cdot c_p} = \frac{2200 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{260 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 4{,}18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}} = 2{,}02 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}$$

$$T = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{C}{\dot{m} \cdot c_p} = \frac{500 \frac{\text{kJ}}{°\text{C}}}{260 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 4{,}18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}} = 0{,}46\text{h}$$

A rendszert ugrászavarás éri, melynek nagysága a = 0,9 kg/min = 54 kg/h.

A tartály elsőrendű tag, melynek átmeneti függvénye:

$$\hat{t}_2(i) = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = t_2(0) + a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right] = 75°\text{C} + 54 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 2{,}02 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{0{,}46\text{h}}}\right]$$

b) Mennyi lesz t_2 értéke a zavarás kezdete után 5 perccel, ill. 10 perccel?

i =5 min=0,083 h

$$t_2(5\,\text{min}) = 75°\text{C} + 54 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 2{,}02 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{0{,}083\text{h}}{0{,}46\text{h}}}\right] = 93{,}07°\text{C}$$

i =10 min=0,167 h

$$t_2(10\,\text{min}) = 75°\text{C} + 54\frac{\text{kg}}{\text{h}}\cdot 2{,}02\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}\cdot\left[1-e^{-\frac{0{,}167\,\text{h}}{0{,}46\,\text{h}}}\right] = 108{,}15°\text{C}$$

Tehát a fenti képlet szerint 10 perc múlva a tartályban levő víz hőmérséklete 108,15°C lenne. Viszont a tartályban levő víz hőmérsékletváltozását leíró fenti egyenlet csak addig érvényes, amíg a víz el nem kezd forrni. Emiatt 10 perc múlva a tartályban levő víz hőmérséklete 100°C lesz.

$$t_2(10\,\text{min}) = 100°\text{C}$$

c) Mennyi idő alatt áll vissza az eredeti hőmérséklet 3°C hibával (a zavarás kezdetétől számítva)?

Az előző pontban számoltak szerint a zavarás után 10 perccel a tartályban már beállt az új stacioner állapot t_2(10 min) = 100°C-on. Ehhez az új stacioner állapothoz képest (t'_2(0) = 100°C) a megszűnő 0,9 kg/min gőzáram egy negatív ugrászavarás.

A tartály és a benne levő folyadék adatai nem változtak az a) feladathoz képest, így ugyanazzal az erősítési tényezővel és időállandóval számolhatunk.

Tudjuk, hogy a gőzáram megszűnése után elegendő sok idő múlva az eredeti stacioner állapot áll vissza, azaz $t'_2(\infty)$=75°C.

$$\hat{t}'_2(\infty) = t'_2(\infty) - t'_2(0) = 75°\text{C} - 100°\text{C} = -25°\text{C}$$

$$t'_2(i') = t'_2(0) + a'\cdot A\cdot\left[1-e^{-\frac{i'}{T}}\right] = t'_2(0) + \hat{t}'_2(\infty)\cdot\left[1-e^{-\frac{i'}{T}}\right] = 100°\text{C} - 25°\text{C}\cdot\left[1-e^{-\frac{i'}{0{,}46\,\text{h}}}\right]$$

A kérdésben szereplő 3°C-os hiba alapján a kérdés arra vonatkozik, hogy a gőzáram megszűnése után mikor lesz a tartályban levő folyadék hőmérséklete 78°C.

$$78°\text{C} = 100°\text{C} - 25°\text{C}\cdot\left[1-e^{-\frac{i'}{0{,}46\,\text{h}}}\right]$$

$$i' = 0{,}975\,\text{h} = 58{,}5\,\text{min}$$

Tehát a zavarás megszűnése után 58,5 perc múlva lesz a tartályban levő hőmérséklet 78°C. Ehhez még hozzá kell adni a zavarás időtartamát.

$$i = i' + 10\,\text{min} = 68{,}5\,\text{min}$$

1.4. feladat

Egy tökéletesen kevert, nyitott tartályban közvetlen gőzbefúvással folyamatosan 330 l/h meleg vizet gyártunk. A víz a kezdeti stacionárius állapotban 12°C-ról 80°C-ra melegszik, a gőzáram 40 kg/h. A hőcserélőben 115 l víz van. A fémrészek hőkapacitása elhanyagolható.

A gőzáramot ugrásszerűen 56 kg/h-ra növeljük.

a) Írja fel a kimenő hőmérséklet időfüggését!

b) Mennyi idő alatt közelíti meg kimenő hőmérséklet az új stacionárius értéket 0,5°C-ra?

c) Fél óra eltelte után az 56 kg/h gőzáramot 35 kg/h-ra csökkentjük. Írja le a kimenő hőmérséklet időfüggését!

d) Az eredeti stacioner állapotban (40 kg/h gőzáram, 80°C kilépő hőmérséklet) elhanyagolhatóan rövid idő alatt 5 kg gőz jut a rendszerbe. Írja fel a kimenő hőmérsékletet időfüggését!

Megoldás:

a) Írja fel a kimenő hőmérsékletet időfüggését!

Az időfüggés megállapításához meg kell határoznunk a tartály erősítési tényezőjét és időállandóját.

Az erősítési tényező kiszámításánál kihasználhatjuk, hogy a fémrészek hőkapacitása elhanyagolható. Ugyanis ekkor teljesül az alábbi hőmérleg:

$$W \cdot \rho \cdot c_p \cdot (t_2 - t_1) = r \cdot \dot{m}_{gőz}$$

Ezt felhasználva:

$$A = \frac{r}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{(t_2 - t_1)}{\dot{m}_{gőz}} = \frac{(80°\text{C} - 12°\text{C})}{40\,\frac{\text{kg}}{\text{h}}} = 1{,}7\,\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}$$

Kihasználva, hogy a fémrészek hőkapacitása elhanyagolható, számíthatjuk az időállandót:

$$T = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{V \cdot \rho \cdot c_p}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{V}{W} = \frac{115\,\text{l}}{330\,\frac{\text{l}}{\text{h}}} = 0{,}348\,\text{h} = 20{,}9\,\text{min}$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = \dot{m}_{gőz}(\infty) - \dot{m}_{gőz}(0) = 56\,\frac{\text{kg}}{\text{h}} - 40\,\frac{\text{kg}}{\text{h}} = 16\,\frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

A tartály elsőrendű tag, melynek átmeneti függvénye:

$$\hat{t}_2(i) = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t_2(i) = t_2(0) + a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right] = 80°\text{C} + 16\,\frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 1{,}7\,\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{20{,}9\,\text{min}}}\right]$$

$$t_2(i) = 80°\text{C} + 27{,}2°\text{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{20{,}9\,\text{min}}}\right]$$

b) Mennyi idő alatt közelíti meg kimenő hőmérséklet az új stacionárius értéket 0,5°C-ra?

Az erősítési tényező és a zavarás nagyságának ismeretében számítható, hogy az új stacionárius állapotban mennyi lesz a kilépő áram hőmérséklete.

$$t_2(\infty) = t_2(0) + \hat{t}_2(\infty) = t_2(0) + a \cdot A = 80°\text{C} + 16\frac{\text{kg}}{\text{h}} \cdot 1{,}7\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} = 107{,}2°\text{C}$$

Viszont az a) pontban megállapított időfüggvény csak 100°C-ig érvényes, mert ezen a hőmérsékleten a víz felforr. Emiatt az új stacionárius állapotban a tartályból kilépő víz hőmérséklete nem 107,2°C, hanem 100°C lesz.

$$t_2(\infty) = 100°\text{C}$$

Ez alapján a kérdés arra vonatkozik, hogy mikor lesz a kimenő áram hőmérséklete 99,5°C.

$$t_2(i) = 80°\text{C} + 27{,}2°\text{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{20{,}9\,\text{min}}}\right]$$

$$99{,}5°\text{C} = 80°\text{C} + 27{,}2°\text{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{20{,}9\,\text{min}}}\right]$$

$$i = 26{,}38\,\text{min}$$

c) Fél óra eltelte után az 56 kg/h gőzáramot 35 kg/h-ra csökkentjük. Írja le a kimenő hőmérséklet időfüggését!

A rendszer jellemzői (pl. tartály hőkapacitása, térfogatáram, folyadék mennyisége és sűrűsége) nem változnak, emiatt használható az a) pontban kiszámolt erősítési tényező és időállandó.

A b) pontban kiszámoltak alapján feltételezhetjük, hogy fél óra alatt beáll a stacionárius állapot, amelyben a kilépő áram hőmérséklete $\hat{t}'_2(0) = 100°\text{C}$.

Az új stacionárius állapotban a kilépő áram hőmérsékletének megállapításához az erősítési tényező képletét (azaz közvetve a tartályra felírt hőmérleget) használjuk:

$$A = \frac{(t_2 - t_1)}{\dot{m}_{gőz}}$$

$$1{,}7\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} = \frac{(t'_2(\infty) - 12°\text{C})}{35\frac{\text{kg}}{\text{h}}}$$

$$t'_2(\infty) = 71{,}5°\text{C}$$

Ezek alapján felírható a kimenő áram hőmérsékletének időfüggése:

$$a' \cdot A = \hat{t}'_2(\infty) = t'_2(\infty) - t'_2(0) = 71{,}5°\text{C} - 100°\text{C} = -28{,}5°\text{C}$$

$$\hat{t}'_2(i) = a' \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right] = \hat{t}'_2(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$t'_2(i) = t'_2(0) + \hat{t}'_2(i) = 100°\text{C} - 28{,}5°\text{C} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{20{,}9\,\text{min}}}\right]$$

d) Az eredeti stacioner állapotban (40 kg/h gőzáram, 80°C kilépő hőmérséklet) elhanyagolhatóan rövid idő alatt 5 kg gőz jut a rendszerbe. Írja fel a kimenő hőmérsékletet időfüggését!

A rendszert impulzuszavarás éri.

Az impulzuszavarás nagysága:

$$a = m_{gőz} = 5\text{kg}$$

A tartály elsőrendű tag, melynek súlyfüggvénye:

$$\hat{t}_2(i) = \frac{a \cdot A}{T} \cdot e^{-\frac{i}{T}}$$

$$t_2(i) = t_2(0) + \frac{a \cdot A}{T} \cdot e^{-\frac{i}{T}} = 80°\text{C} + \frac{5\text{kg} \cdot 1{,}7 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}}{0{,}348\text{h}} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}348\text{h}}}$$

$$t_2(i) = 80°\text{C} + 24{,}43°\text{C} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}348\text{h}}}$$

Mivel a tartály elsőrendű tag, impulzuszavarásra úgy reagál, hogy hirtelen megnövekszik a kilépő hőmérséklet a maximumra, majd erről az értékről exponenciálisan visszacsökken az eredeti értékre.

Az impulzuszavarás hatására bekövetkező kezdeti maximális kitérés nagysága:

$$\hat{t}_{2,\max} = \frac{a \cdot A}{T} = \frac{5\text{kg} \cdot 1{,}7 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}}{0{,}348\text{h}} = 24{,}43°\text{C}$$

Ebben az időpillanatban a víz hőmérsékletének $t_{2,\max} = t_2(0) + \hat{t}_{2,\max} = 80°\text{C} + 24{,}43°\text{C} = 104{,}43°\text{C}$-nak kellene lennie. Viszont a fenti képlet csak 100°C-ig, a víz forráspontjáig érvényes. Emiatt a zavarás pillanatában a víz hőmérséklete csak 100°C-ra, összesen 20°C-kal nő meg, és innen csökken le exponenciálisan az eredeti értékre.

Tehát az impulzuszavarás hatására a kimenő áram időfüggvénye:

$$t_2(i) = 80°\text{C} + 20°\text{C} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}348h}}$$

1.5. feladat

Egy tökéletesen kevert tartályban gőzbefúvással folyamatosan 500 l/h meleg vizet gyártunk. A víz a kezdeti stacionárius állapotban 20°C-ról 85°C-ra melegszik, a gőzáram 60 kg/h. A tartály hőkapacitása 450 kJ/°C.

A tartályban a hőmérsékletet egy higanyos hőmérővel mérjük, melynek időállandója 3 perc.

A gőzadagolás hibája miatt 2 kg gőz kerül a rendszerbe elhanyagolhatóan rövid idő alatt.

a) Írja fel a kimenő áram hőmérsékletének időfüggvényét!

b) Írja fel a hőmérő által mért hőmérséklet időfüggését!

c) Mennyi a hőmérő által mutatott legmagasabb hőmérséklet?

Számoljon úgy, hogy 1 kg gőz mindig 2300 kJ hőt ad át a víznek! A víz fajhője 4,18 kJ/(kg°C).

Megoldás:

a) Írja fel a kimenő áram hőmérsékletének időfüggvényét!

A feladat megoldásához ki kell számolnunk a tartály erősítési tényezőjét és időállandóját.

$$A_{tartály} = \frac{r}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{2300\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{0{,}5\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4{,}18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}} = 1{,}1\,\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}$$

$$T_{tartály} = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p} = \frac{450\,\frac{\text{kJ}}{°\text{C}}}{0{,}5\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4{,}18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot °\text{C}}} = 0{,}215\text{h}$$

A rendszert impulzuszavarás éri, melynek nagysága a = 2 kg.

A tartály elsőrendű tag, melynek súlyfüggvénye:

$$\hat{t}_2(i) = \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}$$

$$t_2(i) = t_2(0) + \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} = 85°\text{C} + \frac{2\text{kg} \cdot 1{,}1\,\frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}}{0{,}215\text{h}} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}215\text{h}}}$$

$$t_2(i) = 85°\text{C} + 10{,}23°\text{C} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}215\text{h}}}$$

Mivel a tartály elsőrendű tag, impulzuszavarásra úgy reagál, hogy hirtelen megnövekszik a kilépő hőmérséklet a maximumra, majd erről az értékről exponenciálisan visszacsökken az eredeti értékre.

Az impulzuszavarás hatására bekövetkező kezdeti maximális kitérés nagysága:

$$\hat{t}_{2,\max} = \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}} = \frac{2\text{kg} \cdot 1{,}1 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}}}{0{,}215\text{h}} = 10{,}23°\text{C}$$

Ebben az időpillanatban a víz hőmérséklete $t_{2,\max} = t_2(0) + \hat{t}_{2,\max} = 85°\text{C} + 10{,}23°\text{C} = 95{,}23°\text{C}$ lesz. Mivel a kezdeti maximális hőmérsékletérték nem haladja meg a 100°C-ot, ezért kilépő hőmérséklet időfüggvénye érvényes.

b) Írja fel a hőmérő által mért hőmérséklet időfüggését!

A tartály is és a hőmérő is elsőrendű tagként viselkedik, így a két tagot sorba kötve egy másodrendű folyamatot kapunk.

A hőmérő erősítési tényezője $A_{hőmérő} = 1$, időállandója pedig meg van adva, $T_{hőmérő} = 3\text{ min} = 0{,}05\text{ h}$.

A két elsőrendű tag időállandója különbözik, tehát az eredő másodrendű folyamatban a csillapítási tényező értéke $\xi > 1$.

A másodrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \frac{1}{T_1 - T_2}\left[e^{-\frac{i}{T_1}} - e^{-\frac{i}{T_2}}\right]$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{t}_{hő\,mérő}(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}}\left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{hő\,mérő}}}\right]$$

$$t_{hő\,mérő}(i) = t_{hő\,mérő}(0) + \hat{t}_{hő\,mérő}(i)$$

$$t_{hő\,mérő}(i) = t_{hő\,mérő}(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}}\left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{hő\,mérő}}}\right]$$

A kezdeti stacionárius állapotban a hőmérő a tartályban levő víz hőmérsékletét mutatta, azaz $t_{hőmérő}(0) = 85°\text{C}$.

$$t_{hő\,mérő}(i) = 85°\text{C} + 2\text{kg} \cdot 1{,}1 \frac{°\text{C}}{\text{kg}/\text{h}} \cdot 1 \cdot \frac{1}{0{,}215\text{h} - 0{,}05\text{h}}\left[e^{-\frac{i}{0{,}215\text{h}}} - e^{-\frac{i}{0{,}05\text{h}}}\right]$$

$$t_{hő\,mérő}(i) = 85°\text{C} + 13{,}33°\text{C} \cdot \left[e^{-\frac{i}{0{,}215\text{h}}} - e^{-\frac{i}{0{,}05\text{h}}}\right]$$

c) Mennyi a hőmérő által mutatott legmagasabb hőmérséklet?

A reaktorból kilépő koncentráció egy maximumgörbét ír le (másodrendű folyamat súlyfüggvénye). Ennek a görbének a maximuma ott van, ahol a súlyfüggvény idő szerinti első deriváltja nullával egyenlő.

A másodrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{t}_{hő\,mérő}(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}} \left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{hő\,mérő}}} \right]$$

Ennek idő szerinti első deriváltja:

$$\frac{\mathrm{d}\,\hat{t}_{hő\,mérő}(i)}{\mathrm{d}\,i} = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}} \left[-\frac{i}{T_{tartály}} e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i}{T_{hő\,mérő}} \right) e^{-\frac{i}{T_{hő\,mérő}}} \right]$$

$$a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}} \left[-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}} e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i_{\max}}{T_{hő\,mérő}} \right) e^{-\frac{i_{\max}}{T_{hő\,mérő}}} \right] = 0$$

$$-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}} e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i_{\max}}{T_{hő\,mérő}} \right) e^{-\frac{i_{\max}}{T_{hő\,mérő}}} = 0$$

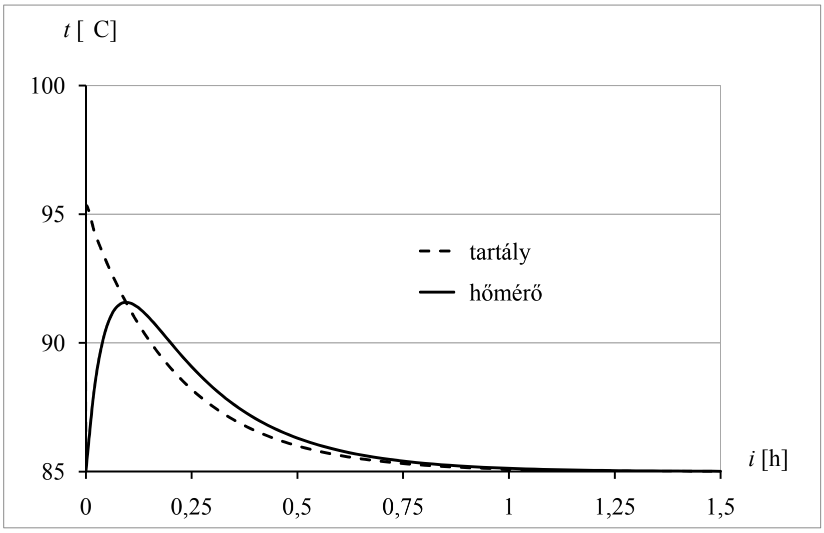
$$i_{\max} = \frac{\ln \frac{T_{tartály}}{T_{hő\,mérő}}}{\frac{1}{T_{hő\,mérő}} - \frac{1}{T_{tartály}}} = \frac{\ln \frac{0{,}215\text{h}}{0{,}05\text{h}}}{\frac{1}{0{,}05\text{h}} - \frac{1}{0{,}215\text{h}}} = 0{,}095\text{h}$$

Ebből már számolható, hogy ebben az időpontban mekkora a hőmérőről leolvasható hőmérséklet:

$$t_{hő\,mérő,\max} = t_{hő\,mérő}(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot A_{hő\,mérő} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{hő\,mérő}} \left[e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i_{\max}}{T_{hő\,mérő}}} \right]$$

$$t_{hő\,mérő,\max} = 85°\text{C} + 13{,}33°\text{C} \cdot \left[e^{-\frac{0{,}095\text{h}}{0{,}215\text{h}}} - e^{-\frac{0{,}095\text{h}}{0{,}05\text{h}}} \right] = 91{,}58°\text{C}$$

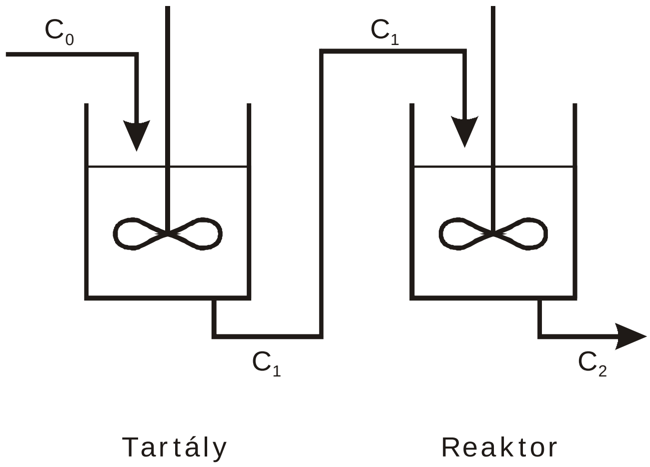
Érdekességképpen megjegyezzük, hogy a kimenő áram hőmérsékletének és a hőmérő által mutatott hőmérséklet függvénye pontosan ott metszi egymást, ahol a hőmérő által mutatott hőmérsékletnek maximuma van.



1.6. feladat

Egy tökéletesen kevert, 25 liter térfogatú tartályban oldószerből és 0,5 kmol/h 'A' anyagból 80 l/h oldatot állítunk elő. Az oldatot megfelelő hőmérsékletre melegítve egy 50 liter térfogatú, tökéletesen kevert izoterm reaktorba vezetjük, ahol az 'A' anyag másodrendű reakcióban reagál. A kezdeti stacionárius állapotban a reaktort elhagyó anyag koncentrációja 1,5 kmol/m^3.

Ugrásszerű zavarással megváltoztatjuk a tartályba belépő 'A' anyag áramát 0,65 kmol/h-ra.



a) Hogyan változik a reaktort elhagyó áram koncentrációja az idő függvényében?

b) Mennyi lesz c_2 értéke a zavarás után 25 perccel?

c) Számítsa ki az a) választ azzal a feltételezéssel, hogy a reakció elsőrendű!

Megoldás:

a) Hogyan változik a reaktort elhagyó áram koncentrációja az idő függvényében?

A tartály és a reaktor együtt egy másodrendű folyamatot alkot, amelyet ugrászavarás ér. Ahhoz, hogy megállapítsuk a folyamat átmeneti függvényét, előbb mindkét tag erősítési tényezőjére és időállandójára is szükségünk van.

A tartály jellemzői:

$$A_{tartály} = 1$$

$$T_{tartály} = \frac{V_{tartály}}{W} = \frac{25\,\mathrm{l}}{80\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{h}}} = 0{,}313\,\mathrm{h}$$

A reaktor jellemzőinek kiszámításához egyéb értékeket is ki kell számítani.

A betáp áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban:

$$c_0(0) = \frac{\dot{n}_A}{W_0} = \frac{0{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{h}}}{0{,}08\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 6{,}25\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

Mivel a tartályban csak homogenizáljuk az oldatot, a tartályból kilépő áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban megegyezik a belépő áram koncentrációjával:

$$c_1(0) = c_0(0) = 6{,}25\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}$$

A reaktorból kilépő áram koncentrációja a feladatban meg van adva:

$$c_2(0) = 1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}$$

A reaktor erősítési tényezőjének és időállandójának meghatározásához szükségünk van a reakciósebesség kilépő koncentráció szerinti deriváltjára a kezdeti stacioner állapotban.

A reakciósebesség a kezdeti stacioner állapotban a reaktorra felírt stacioner anyagmérlegből számítható:

$$W_1 \cdot c_1(0) = W_2 \cdot c_2(0) + V_{reaktor} \cdot r(0)$$

$$r(0) = \frac{W}{V_{reaktor}} \cdot \left[c_1(0) - c_2(0)\right] = \frac{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{0{,}05\mathrm{m^3}} \cdot \left[6{,}25\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} - 1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}\right] = 7{,}6\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}\cdot\mathrm{h}}$$

$r(0) = k \cdot \left[c_2(0)\right]^2$, mert a reakció másodrendű

$$k = \frac{r(0)}{\left[c_2(0)\right]^2} = \frac{7{,}6\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}\cdot\mathrm{h}}}{\left[1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}\right]^2} = 3{,}38\,\frac{1}{\mathrm{h}\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}}$$

$$\left(\frac{dr}{dc_2}\right)_0 = 2 \cdot k \cdot c_2(0) = 2 \cdot 3{,}38\,\frac{1}{\mathrm{h}\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}} \cdot 1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} = 10{,}13\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

A reaktor erősítési tényezője és időállandója:

$$A_{reaktor} = \frac{W}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} + 0{,}05\mathrm{m^3} \cdot 10{,}13\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}136$$

$$T_{reaktor} = \frac{V_{reaktor}}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}05\mathrm{m^3}}{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} + 0{,}05\mathrm{m^3} \cdot 10{,}13\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}085\mathrm{h} = 5{,}1\mathrm{min}$$

Az ugrászavarás hatására a betáp áram koncentrációja az alábbi értékre változik:

$$c_0(\infty)=\frac{\dot{n}'_A}{W_0}=\frac{0{,}65\frac{\text{kmol}}{\text{h}}}{0{,}08\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}=8{,}125\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a=c_0(\infty)-c_0(0)=8{,}125\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}-6{,}25\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}=1{,}875\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

A tartály és a reaktor is elsőrendű tag. Ezeket sorba kapcsolva egy másodrendű folyamatot kapunk. Mivel a két elsőrendű tag időállandója különbözik, ezért $\xi > 1$.

A másodrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-\frac{1}{T_1-T_2}\left(T_1\cdot e^{-\frac{i}{T_1}}-T_2\cdot e^{-\frac{i}{T_2}}\right)\right]$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{c}_2(i)=a\cdot A_{tartály}\cdot A_{reaktor}\cdot\left[1-\frac{1}{T_{tartály}-T_{reaktor}}\left(T_{tartály}\cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}-T_{reaktor}\cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i)=c_2(0)+\hat{c}_2(i)$$

$$c_2(i)=c_2(0)+a\cdot A_{tartály}\cdot A_{reaktor}\cdot\left[1-\frac{1}{T_{tartály}-T_{reaktor}}\left(T_{tartály}\cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}-T_{reaktor}\cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i)=1{,}5\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}+1{,}875\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3/\text{h}}\cdot 1\cdot 0{,}136\cdot\left[1-\frac{1}{0{,}313\text{h}-0{,}085\text{h}}\left(0{,}313\text{h}\cdot e^{-\frac{\text{i}}{0{,}313\text{h}}}-0{,}085\text{h}\cdot e^{-\frac{i}{0{,}085\text{h}}}\right)\right]$$

$$c_2(i)=1{,}5\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}+0{,}255\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3/\text{h}}\cdot\left[1-4{,}386\frac{1}{\text{h}}\left(0{,}313\text{h}\cdot e^{-\frac{i}{0{,}313\text{h}}}-0{,}085\text{h}\cdot e^{-\frac{i}{0{,}085h}}\right)\right]$$

b) Mennyi lesz c_2 értéke a zavarás után 25 perccel?

$$c_2(0{,}417\text{h})=1{,}5\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}+0{,}255\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3/\text{h}}\cdot\left[1-4{,}386\frac{1}{\text{h}}\left(0{,}313\text{h}\cdot e^{-\frac{0{,}417\text{h}}{0{,}313\text{h}}}-0{,}085\text{h}\cdot e^{-\frac{0{,}417\text{h}}{0{,}085\text{h}}}\right)\right]$$

$$c_2(0{,}417\text{h})=1{,}66\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

c) Számítsa ki az a) választ azzal a feltételezéssel, hogy a reakció elsőrendű!

Elsőrendű reakciót feltételezve megváltozik a reakciósebességi állandó, és emiatt a reaktor erősítési tényezője és időállandója is.

$$r(0)=k'\cdot c_2(0)$$

$$k' = \frac{r(0)}{c_2(0)} = \frac{7{,}6\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3 \cdot h}}}{1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}}} = 5{,}07\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\,r}{\mathrm{d}\,c_2}\right)_0 = k' = 5{,}07\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

$$A'_{reaktor} = \frac{W}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{\mathrm{d}\,r}{\mathrm{d}\,c_2}\right)_0} = \frac{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} + 0{,}05\mathrm{m^3} \cdot 5{,}07\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}24$$

$$T'_{reaktor} = \frac{V_{reaktor}}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{\mathrm{d}\,r}{\mathrm{d}\,c_2}\right)_0} = \frac{0{,}05\mathrm{m^3}}{0{,}08\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} + 0{,}05\mathrm{m^3} \cdot 5{,}07\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}15\mathrm{h} = 9\mathrm{min}$$

A másodrendű folyamat átmeneti függvénye a módosított adatokkal:

$$c'_2(i) = c_2(0) + \hat{c}'_2(i)$$

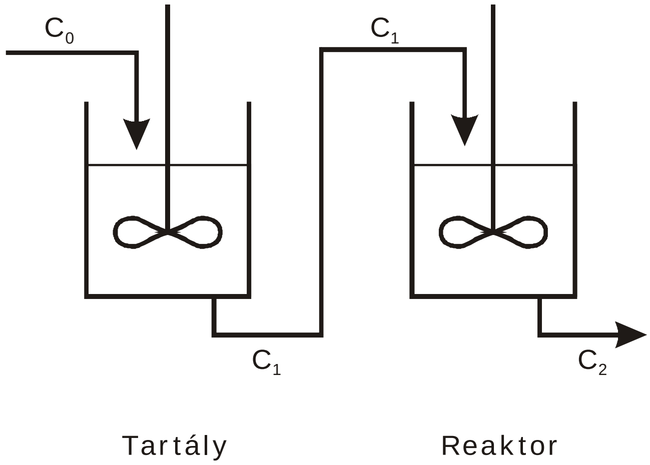
$$c'_2(i) = c_2(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot A'_{reaktor} \cdot \left[1 - \frac{1}{T_{tartály} - T'_{reaktor}}\left(T_{tartály} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - T'_{reaktor} \cdot e^{-\frac{i}{T'_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c'_2(i) = 1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} + 1{,}875\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} \cdot 1 \cdot 0{,}24 \cdot \left[1 - \frac{1}{0{,}313\mathrm{h} - 0{,}15\mathrm{h}}\left(0{,}313\mathrm{h} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}313\mathrm{h}}} - 0{,}15\mathrm{h} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}15\mathrm{h}}}\right)\right]$$

$$c'_2(i) = 1{,}5\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} + 0{,}45\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m^3}} \cdot \left[1 - 6{,}13\,\frac{1}{\mathrm{h}}\left(0{,}313\mathrm{h} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}313\mathrm{h}}} - 0{,}15\mathrm{h} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}15\mathrm{h}}}\right)\right]$$

1.7. feladat

Egy 100 literes, tökéletesen kevert tartályban 150 mol/h 'A' anyagból és oldószerből 125 l/h oldatot állítunk elő. Az oldatot egy megfelelő hőmérsékletű, 100 literes tökéletesen kevert izoterm reaktorba vezetjük, ahol a kezdeti stacionárius állapotban az 'A' anyag 73 %-a elreagál.



a) Írja fel a reaktor ki és bemenő koncentrációja közötti átviteli függvényt, feltételezve, hogy a reakció
   - elsőrendű,
   - másodrendű!

b) Az oldatkészítő tartályba elhanyagolhatóan rövid idő alatt 75 mol 'A' anyag kerül. Hogyan változik ezután
   - a tartályból kilépő oldat koncentrációja,
   - a reaktorból kilépő oldat koncentrációja?

c) Mekkora ezen koncentrációk legnagyobb eltérése?

(A b. és a c. kérdésnél csak azt az esetet számolja, amikor a reakció másodrendű!)

Megoldás:

a) Írja fel a reaktor ki és bemenő koncentrációja közötti átviteli függvényt, feltételezve, hogy a reakció elsőrendű, illetve ha másodrendű.

A betáp áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban:

$$c_0(0) = \frac{\dot{n}_A}{W_0} = \frac{0{,}15\,\dfrac{\text{kmol}}{\text{h}}}{0{,}125\,\dfrac{\text{m}^3}{\text{h}}} = 1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Mivel a tartályban csak homogenizáljuk az oldatot, a tartályból kilépő áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban megegyezik a belépő áram koncentrációjával:

$$c_1(0) = c_0(0) = 1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

A reaktorból kilépő áram koncentrációja a konverzióból számítható:

$$c_2(0) = c_1(0) \cdot (1 - x) = 1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot (1 - 0{,}73) = 0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

A reaktor erősítési tényezőjének és időállandójának meghatározásához szükségünk van a reakciósebesség kilépő koncentráció szerinti deriváltjára a kezdeti stacioner állapotban.

A reakciósebesség a kezdeti stacioner állapotban a reaktorra felírt stacioner anyagmérlegből számítható:

$$W_1 \cdot c_1(0) = W_2 \cdot c_2(0) + V_{reaktor} \cdot r(0)$$

$$r(0) = \frac{W}{V_{reaktor}} \cdot [c_1(0) - c_2(0)] = \frac{0{,}125\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{0{,}1\text{m}^3} \cdot \left[1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} - 0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}\right] = 1{,}095\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{h}}$$

Elsőrendű reakciót feltételezve:

$$r(0) = k \cdot c_2(0)$$

$$k = \frac{r(0)}{c_2(0)} = \frac{1{,}095\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{h}}}{0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}} = 3{,}38\,\frac{1}{\text{h}}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\,r}{\mathrm{d}\,c_2}\right)_0 = k = 3{,}38\,\frac{1}{\text{h}}$$

$$A_{reaktor,1} = \frac{W}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{dr}{dc_2}\right)_0} = \frac{0{,}125\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{0{,}125\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} + 0{,}1\text{m}^3 \cdot 3{,}38\,\frac{1}{\text{h}}} = 0{,}27$$

$$T_{reaktor,1} = \frac{V}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{dr}{dc_2}\right)_0} = \frac{0{,}1\text{m}^3}{0{,}125\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} + 0{,}1\text{m}^3 \cdot 3{,}38\,\frac{1}{\text{h}}} = 0{,}216\text{h}$$

$$G(s) = \frac{c_2(s)}{c_1(s)} = \frac{A_{reaktor,1}}{T_{reaktor,1} \cdot s + 1} = \frac{0{,}27}{0{,}216\text{h} \cdot s + 1}$$

Másodrendű reakciót feltételezve:

$$r(0) = k \cdot [c_2(0)]^2$$

$$k = \frac{r(0)}{[c_2(0)]^2} = \frac{1{,}095\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \cdot \text{h}}}{\left[0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}\right]^2} = 10{,}43\,\frac{1}{\text{h}\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0 = 2 \cdot k \cdot c_2(0) = 2 \cdot 10{,}43 \frac{1}{\mathrm{h}\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}} \cdot 0{,}324 \frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} = 6{,}76 \frac{1}{\mathrm{h}}$$

$$A_{reaktor,2} = \frac{W}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{dr}{dc_2}\right)_0} = \frac{0{,}125 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{0{,}125 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}1\mathrm{m}^3 \cdot 6{,}76 \frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}156$$

$$T_{reaktor,2} = \frac{V}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\frac{dr}{dc_2}\right)_0} = \frac{0{,}1\mathrm{m}^3}{0{,}125 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}1\mathrm{m}^3 \cdot 6{,}76 \frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}125\mathrm{h}$$

$$G(s) = \frac{c_2(s)}{c_1(s)} = \frac{A_{reaktor,2}}{T_{reaktor,2} \cdot s + 1} = \frac{0{,}156}{0{,}125\mathrm{h} \cdot s + 1}$$

b) Az oldatkészítő tartályba elhanyagolhatóan rövid idő alatt 75 mol ’A’ anyag kerül. Hogyan változik ezután az tartályból és a reaktorból kilépő oldat koncentrációja?

A rendszert impulzuszavarás éri.

A zavarás nagysága anyagmennyiségre van megadva. A korábban kiszámolt értékek és függvények viszont koncentrációkra vonatkoznak. Emiatt ki kell számolni, hogy az anyagmennyiséget ért zavarás nagysága mekkora zavarást jelent a betáp koncentrációra nézve.

$$n = \int W \cdot c_0 \cdot di$$

$$a = \int c_0 \cdot di = \frac{\int W \cdot c_0 \cdot di}{W} = \frac{n}{W} = \frac{0{,}075\mathrm{kmol}}{0{,}125 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 0{,}6 \frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

Ahhoz, hogy a koncentrációk változását a betáp koncentrációváltozásának hatására felírhassuk, ismernünk kell a tartály erősítési tényezőjét és időállandóját is.

$$A_{tartály} = 1$$

$$T_{tartály} = \frac{V_{tartály}}{W} = \frac{0{,}1\mathrm{m}^3}{0{,}125 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 0{,}8\mathrm{h}$$

A tartályból kilépő oldat koncentrációjának változása.

A tartály egy elsőrendű tag. Elsőrendű tag súlyfüggvénye:

$$\hat{y} = \frac{a \cdot A}{T} \cdot e^{-\frac{i}{T}}$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{c}_1(i) = \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}$$

$$c_1(i) = c_1(0) + \hat{c}_1(i) = c_1(0) + \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}$$

$$c_1(i) = 1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} + \frac{0{,}6\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot 1 \Big/ \text{h}}{0{,}8\text{h}} \cdot e^{-\frac{\text{i}}{0{,}8\text{h}}} = 1{,}2\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} + 0{,}75\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot e^{-\frac{\text{i}}{0{,}8\text{h}}}$$

A reaktorból kilépő oldat koncentrációjának változása.

A tartály és a reaktor is elsőrendű tag. Ezeket sorba kapcsolva egy másodrendű folyamatot kapunk. Mivel a két elsőrendű tag időállandója különbözik, ezért $\xi > 1$.

A másodrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \frac{1}{T_1 - T_2}\left[e^{-\frac{i}{T_1}} - e^{-\frac{i}{T_2}}\right]$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{c}_2(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}}\left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{reaktor,2}}}\right]$$

$$c_2(i) = c_2(0) + \hat{c}_2(i) = c_2(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}}\left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{reaktor,2}}}\right]$$

$$c_2(i) = 0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} + 0{,}6\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3 \Big/ \text{h}} \cdot 1 \cdot 0{,}156 \cdot \frac{1}{0{,}8\text{h} - 0{,}125\text{h}}\left[e^{-\frac{\text{i}}{0{,}8\text{h}}} - e^{-\frac{\text{i}}{0{,}125\text{h}}}\right]$$

$$c_2(i) = 0{,}324\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} + 0{,}139\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}\left[e^{-\frac{\text{i}}{0{,}8\text{h}}} - e^{-\frac{\text{i}}{0{,}125\text{h}}}\right]$$

c) Mekkora ezen koncentrációk legnagyobb eltérése?

A tartály egy elsőrendű tag. Emiatt a tartályból kilépő koncentráció változásának a maximuma az impulzuszavarás pillanatában van, és ennek értéke:

$$\hat{c}_{1,\max} = \frac{a \cdot A_{tartály}}{T_{tartály}}$$

$$\hat{c}_{1,\max} = \frac{0{,}6\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot 1 \Big/ \text{h}}{0{,}8\text{h}} = 0{,}75\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

A reaktorból kilépő koncentráció egy maximumgörbét ír le (másodrendű folyamat súlyfüggvénye). Ennek a görbének a maximuma ott van, ahol a súlyfüggvény idő szerinti első deriváltja nullával egyenlő.

A másodrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{c}_2(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}} \left[e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i}{T_{reaktor,2}}} \right]$$

Ennek idő szerinti első deriváltja:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{c}_2(i)}{\mathrm{d}i} = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}} \left[-\frac{i}{T_{tartály}} e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i}{T_{reaktor,2}} \right) e^{-\frac{i}{T_{reaktor,2}}} \right]$$

$$a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}} \left[-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}} e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i_{\max}}{T_{reaktor,2}} \right) e^{-\frac{i_{\max}}{T_{reaktor,2}}} \right] = 0$$

$$-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}} e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - \left(-\frac{i_{\max}}{T_{reaktor,2}} \right) e^{-\frac{i_{\max}}{T_{reaktor,2}}} = 0$$

$$i_{\max} = \frac{\ln \frac{T_{tartály}}{T_{reaktor,2}}}{\frac{1}{T_{reaktor,2}} - \frac{1}{T_{tartály}}} = \frac{\ln \frac{0{,}8\mathrm{h}}{0{,}125\mathrm{h}}}{\frac{1}{0{,}125\mathrm{h}} - \frac{1}{0{,}8\mathrm{h}}} = 0{,}275\mathrm{h}$$

Ebből már számolható, hogy ebben az időpontban mekkora a reaktorból kilépő koncentráció:

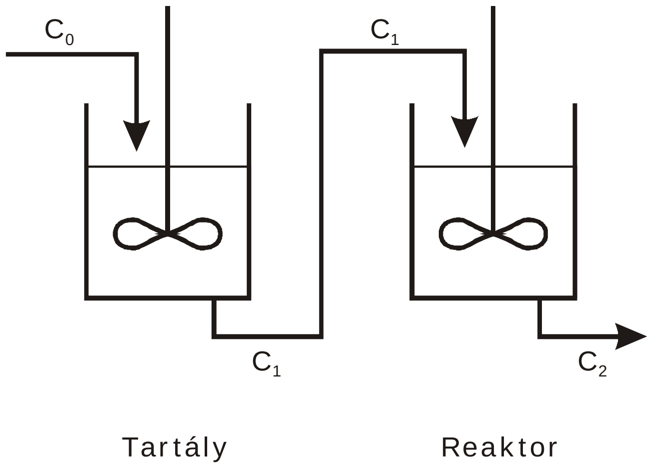
$$\hat{c}_{2,\max} = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor,2} \cdot \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor,2}} \left[e^{-\frac{i_{\max}}{T_{tartály}}} - e^{-\frac{i_{\max}}{T_{reaktor,2}}} \right]$$

$$\hat{c}_{2,\max} = 0{,}139 \frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} \left[e^{-\frac{0{,}275\mathrm{h}}{0{,}8\mathrm{h}}} - e^{-\frac{0{,}275\mathrm{h}}{0{,}125\mathrm{h}}} \right] = 0{,}083 \frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

1.8. feladat

Egy tökéletesen kevert, 15 liter térfogatú tartályban oldószerből és 0,6 kmol/h ’A’ anyagból 90 l/h oldatot állítunk elő. Az oldatot megfelelő hőmérsékletre melegítve egy 55 liter térfogatú, tökéletesen kevert izoterm reaktorba vezetjük, ahol az ’A’ anyag bruttó 1,5 rendű reakcióban reagál. A kezdeti stacionárius állapotban a reaktort elhagyó anyag koncentrációja 1,35 kmol/m^3.

Adagolási hiba miatt a tartályba kerülő ’A’ anyag árama 0,1 kmol/h-ra csökken.



a) Mennyi idő alatt csökken a tartályból kilépő oldat koncentrációja az eredeti érték felére?

b) Mennyi lesz a reaktort elhagyó áram koncentrációja a zavarás után 15 perccel?

Megoldás:

a) Mennyi idő alatt csökken a tartályból kilépő oldat koncentrációja az eredeti érték felére?

A tartály jellemzői:

$$A_{tartály} = 1$$

$$T_{tartály} = \frac{V_{tartály}}{W} = \frac{15\mathrm{l}}{90\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{h}}} = 0{,}167\mathrm{h} = 10\mathrm{min}$$

A betáp áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban:

$$c_0(0) = \frac{\dot{n}_A}{W_0} = \frac{0{,}6\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{h}}}{0{,}09\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 6{,}67\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

Mivel a tartályban csak homogenizáljuk az oldatot, a tartályból kilépő áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban megegyezik a belépő áram koncentrációjával:

$$c_1(0) = c_0(0) = 6{,}67\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

A reaktorból kilépő áram koncentrációja a feladatban meg van adva:

$$c_2(0) = 1{,}35\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Az ugrászavarás hatására a betáp áram koncentrációja az alábbi értékre változik:

$$c_0(\infty) = \frac{\dot{n}'_A}{W_0} = \frac{0{,}1\,\frac{\text{kmol}}{\text{h}}}{0{,}09\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = 1{,}11\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = c_0(\infty) - c_0(0) = 1{,}11\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} - 6{,}67\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} = -5{,}56\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

A tartály egy elsőrendű tag, amit ugrászavarás ér. A tartály átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{c}_1(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}\right]$$

$$c_1(i) = c_1(0) + \hat{c}_1(i) = c_1(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}\right]$$

$$c_1(i) = 6{,}67\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} - 5{,}56\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{10\,\text{min}}}\right]$$

A tartályból kilépő áram eredeti koncentrációjának fele:

$$c'_1 = \frac{c_1(0)}{2} = \frac{6{,}67\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}}{2} = 3{,}33\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Az ezen koncentráció eléréséhez szükséges idő:

$$3{,}33\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} = 6{,}67\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} - 5{,}56\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{10\,\text{min}}}\right]$$

$$i = 9{,}18\,\text{min}$$

b) Mennyi lesz a reaktort elhagyó áram koncentrációja a zavarás után 15 perccel?

A tartály és a reaktor együtt egy másodrendű folyamatot alkot, amelyet ugrászavarás ér. Ahhoz, hogy megállapítsuk a folyamat átmeneti függvényét, előbb a reaktor erősítési tényezőjére és időállandójára is szükségünk van.

A reaktor jellemzőinek kiszámításához egyéb értékeket is ki kell számítani.

A reaktor erősítési tényezőjének és időállandójának meghatározásához szükségünk van a reakciósebesség kilépő koncentráció szerinti deriváltjára a kezdeti stacioner állapotban.

A reakciósebesség a kezdeti stacioner állapotban a reaktorra felírt stacioner anyagmérlegből számítható:

$$W_1 \cdot c_1(0) = W_2 \cdot c_2(0) + V_{reaktor} \cdot r(0)$$

$$r(0) = \frac{W}{V_{reaktor}} \cdot \left[c_1(0) - c_2(0)\right] = \frac{0{,}09\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{0{,}055\,\mathrm{m}^3} \cdot \left[6{,}67\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} - 1{,}35\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right] = 8{,}7\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{h}}$$

$r(0) = k \cdot \left[c_2(0)\right]^{1,5}$, mert a reakció bruttó 1,5 rendű

$$k = \frac{r(0)}{\left[c_2(0)\right]^{1,5}} = \frac{8{,}7\,\dfrac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{h}}}{\left[1{,}35\,\dfrac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right]^{1,5}} = 5{,}55\,\frac{1}{\mathrm{h}\left[\dfrac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right]^{0,5}}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0 = 1{,}5 \cdot k \cdot \left[c_2(0)\right]^{0,5} = 1{,}5 \cdot 5{,}55\,\frac{1}{\mathrm{h}\left[\dfrac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right]^{0,5}} \cdot \left[1{,}35\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right]^{0,5} = 9{,}67\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

A reaktor erősítési tényezője és időállandója:

$$A_{reaktor} = \frac{W}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}09\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{0{,}09\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}055\,\mathrm{m}^3 \cdot 9{,}67\,\dfrac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}145$$

$$T_{reaktor} = \frac{V_{reaktor}}{W + V_{reaktor} \cdot \left(\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}055\,\mathrm{m}^3}{0{,}09\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}055\,\mathrm{m}^3 \cdot 9{,}67\,\dfrac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}088\,\mathrm{h} = 5{,}3\,\mathrm{min}$$

A tartály és a reaktor is elsőrendű tag. Ezeket sorba kapcsolva egy másodrendű folyamatot kapunk. Mivel a két elsőrendű tag időállandója különbözik, ezért $\xi > 1$.

A másodrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - \frac{1}{T_1 - T_2}\left(T_1 \cdot e^{-\frac{i}{T_1}} - T_2 \cdot e^{-\frac{i}{T_2}}\right)\right]$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{c}_2(i) = a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor} \cdot \left[1 - \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor}}\left(T_{tartály} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - T_{reaktor} \cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i) = c_2(0) + \hat{c}_2(i)$$

$$c_2(i) = c_2(0) + a \cdot A_{tartály} \cdot A_{reaktor} \cdot \left[1 - \frac{1}{T_{tartály} - T_{reaktor}}\left(T_{tartály} \cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}} - T_{reaktor} \cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i) = 1{,}35\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} - 5{,}56\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} \cdot 1 \cdot 0{,}145 \cdot \left[1 - \frac{1}{10\,\mathrm{min} - 5{,}3\,\mathrm{min}}\left(10\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{i}{10\,\mathrm{min}}} - 5{,}3\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{i}{5{,}3\,\mathrm{min}}}\right)\right]$$

$$c_2(i) = 1{,}35\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} - 0{,}8\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\left[1 - 0{,}213\,\frac{1}{\mathrm{min}}\left(10\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{i}{10\,\mathrm{min}}} - 5{,}3\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{i}{5{,}3\,\mathrm{min}}}\right)\right]$$

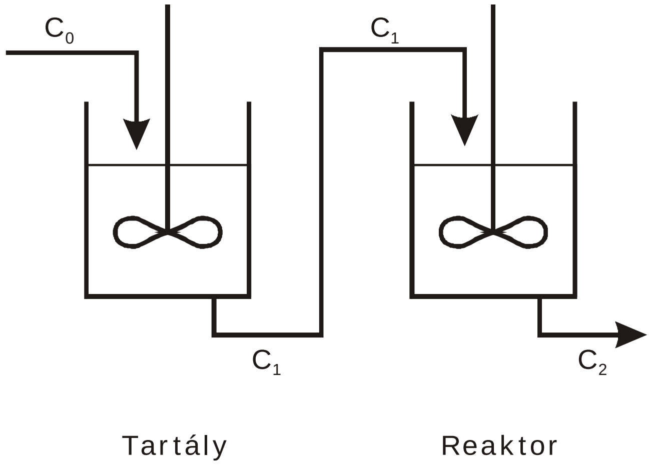
A reaktor kilépő koncentrációja 15 perc múlva:

$$c_2(15\,\mathrm{min}) = 1{,}35\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} - 0{,}8\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\left[1 - 0{,}213\,\frac{1}{\mathrm{min}}\left(10\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{15\,\mathrm{min}}{10\,\mathrm{min}}} - 5{,}3\,\mathrm{min} \cdot e^{-\frac{15\,\mathrm{min}}{5{,}3\,\mathrm{min}}}\right)\right]$$

$$c_2(15\,\mathrm{min}) = 0{,}88\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

1.9. feladat

Egy tökéletesen kevert, 7 liter térfogatú tartályban oldószerből és 0,05 kmol/h ’A’ anyagból 12 l/h oldatot állítunk elő. Az oldatot megfelelő hőmérsékletre melegítve egy 5 liter térfogatú, tökéletesen kevert izoterm reaktorba vezetjük, ahol az ’A’ anyag elsőrendű reakcióban bomlik. A kezdeti stacionárius állapotban az anyagnak 18 %-a bomlik el.



a) Írja fel a reaktor $G(s)=\dfrac{c_2(s)}{c_1(s)}$ átviteli függvényét!

b) Írja fel a reaktor kimenő koncentrációjának időfüggvényét, ha a tartályban az ’A’ anyag árama ugrásszerűen 0,06 kmol/h-ra változik! Mennyi lesz ez a koncentráció a zavarás után 1 órával?

c) A fenti reaktor egy kaszkád reaktor sor első eleme. A kaszkád összesen 5 db reaktorból áll, mindegyik 5 liter térfogatú és az elsővel azonos hőmérsékletű. Írja fel a teljes rendszer (a tartály és az 5 db reaktor) átviteli függvényét, $G(s)=\dfrac{c_6(s)}{c_0(s)}$!

d) Mekkora változást okoz a fenti zavarás
   – a második,
   – az ötödik reaktor kimenő koncentrációjában végtelen idő alatt?

Megoldás:

a) Írja fel a reaktor $G(s)=\dfrac{c_2(s)}{c_1(s)}$ átviteli függvényét!

A betáp áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban:

$$c_0(0)=\frac{\dot{n}_A}{W_0}=\frac{0{,}05\,\frac{\text{kmol}}{\text{h}}}{0{,}012\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}=4{,}17\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Mivel a tartályban csak homogenizáljuk az oldatot, a tartályból kilépő áram koncentrációja a kezdeti stacioner állapotban megegyezik a belépő áram koncentrációjával:

$$c_1(0) = c_0(0) = 4{,}17\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

A reaktorból kilépő áram koncentrációja a konverzióból számítható:

$$c_2(0) = c_1(0)\cdot(1-x) = 4{,}17\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\cdot(1-0{,}18) = 3{,}42\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

A reaktor erősítési tényezőjének és időállandójának meghatározásához szükségünk van a reakciósebesség kilépő koncentráció szerinti deriváltjára a kezdeti stacioner állapotban.

A reakciósebesség a kezdeti stacioner állapotban a reaktorra felírt stacioner anyagmérlegből számítható:

$$W_1\cdot c_1(0) = W_2\cdot c_2(0) + V_{reaktor}\cdot r(0)$$

$$r(0) = \frac{W}{V_{reaktor}}\cdot\left[c_1(0)-c_2(0)\right] = \frac{0{,}012\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{0{,}005\mathrm{m}^3}\cdot\left[4{,}17\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3} - 3{,}42\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}\right] = 1{,}8\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{h}}$$

$r(0) = k\cdot c_2(0)$, mert a reakció elsőrendű

$$k = \frac{r(0)}{c_2(0)} = \frac{1{,}8\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3\cdot\mathrm{h}}}{3{,}42\,\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}} = 0{,}526\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0 = k = 0{,}526\,\frac{1}{\mathrm{h}}$$

A reaktor erősítési tényezője és időállandója:

$$A_{reaktor} = \frac{W}{W + V_{reaktor}\cdot\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}012\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{0{,}012\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}005\mathrm{m}^3\cdot 0{,}526\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}82$$

$$T_{reaktor} = \frac{V_{reaktor}}{W + V_{reaktor}\cdot\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_2}\right)_0} = \frac{0{,}005\mathrm{m}^3}{0{,}012\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 0{,}005\mathrm{m}^3\cdot 0{,}526\,\frac{1}{\mathrm{h}}} = 0{,}34\mathrm{h}$$

A reaktor átviteli függvénye:

$$G(s) = \frac{c_2(s)}{c_1(s)} = \frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s + 1} = \frac{0{,}82}{0{,}34\mathrm{h}\cdot s + 1}$$

b) Írja fel a reaktor kimenő koncentrációjának időfüggvényét, ha a tartályban az ’A’ anyag árama ugrásszerűen 0,06 kmol/h-ra változik! Mennyi lesz ez a koncentráció a zavarás után 1 órával?

Az ugrászavarás hatására a betáp áram koncentrációja az alábbi értékre változik:

$$c_0(\infty)=\frac{\dot{n}'_A}{W_0}=\frac{0{,}06\,\frac{\text{kmol}}{\text{h}}}{0{,}012\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}=5\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a=c_0(\infty)-c_0(0)=5\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}-4{,}17\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}=0{,}83\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$$

Ahhoz, hogy a reaktorból kilépő áram koncentrációjának változását a betáp koncentrációváltozásának hatására felírhassuk, ismernünk kell a tartály erősítési tényezőjét és időállandóját is.

$$A_{tartály}=1$$

$$T_{tartály}=\frac{V_{tartály}}{W}=\frac{0{,}007\text{m}^3}{0{,}012\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}=0{,}583\text{h}$$

A tartály és a reaktor is elsőrendű tag. Ezeket sorba kapcsolva egy másodrendű folyamatot kapunk. Mivel a két elsőrendű tag időállandója különbözik, ezért $\xi > 1$.

A másodrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-\frac{1}{T_1-T_2}\left(T_1\cdot e^{-\frac{i}{T_1}}-T_2\cdot e^{-\frac{i}{T_2}}\right)\right]$$

Erre a példára alkalmazva:

$$\hat{c}_2(i)=a\cdot A_{tartály}\cdot A_{reaktor}\cdot\left[1-\frac{1}{T_{tartály}-T_{reaktor}}\left(T_{tartály}\cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}-T_{reaktor}\cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i)=c_2(0)+\hat{c}_2(i)$$

$$c_2(i)=c_2(0)+a\cdot A_{tartály}\cdot A_{reaktor}\cdot\left[1-\frac{1}{T_{tartály}-T_{reaktor}}\left(T_{tartály}\cdot e^{-\frac{i}{T_{tartály}}}-T_{reaktor}\cdot e^{-\frac{i}{T_{reaktor}}}\right)\right]$$

$$c_2(i)=3{,}42\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}+0{,}83\,\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}\cdot1\cdot0{,}82\cdot\left[1-\frac{1}{0{,}583\text{h}-0{,}34\text{h}}\left(0{,}583\text{h}\cdot e^{-\frac{i}{0{,}583\text{h}}}-0{,}34\text{h}\cdot e^{-\frac{i}{0{,}34\text{h}}}\right)\right]$$

1 óra múlva a reaktorból kilépő koncentráció:

$$c_2(1\text{h}) = 3{,}42\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3} + 0{,}83\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}\cdot 1\cdot 0{,}82\cdot\left[1-\frac{1}{0{,}583\text{h}-0{,}34\text{h}}\left(0{,}583\text{h}\cdot e^{-\frac{1\text{h}}{0{,}583\text{h}}} - 0{,}34\text{h}\cdot e^{-\frac{1\text{h}}{0{,}34\text{h}}}\right)\right]$$

$$c_2(1\text{h}) = 3{,}86\frac{\text{kmol}}{\text{h}}$$

c) A fenti reaktor egy kaszkád reaktor sor első eleme. A kaszkád összesen 5 db reaktorból áll, mindegyik 5 liter térfogatú és az elsővel azonos hőmérsékletű. Írja fel a teljes rendszer (a tartály és az 5 db reaktor) átviteli függvényét, $G(s)=\dfrac{c_6(s)}{c_0(s)}$!

Minden reaktor átviteli függvénye ugyanaz, mert a reakció elsőrendű.

(Elsőrendű reakció esetén a reakciósebesség kilépő koncentráció szerinti deriváltja megegyezik a reakciósebességi állandóval. Mivel minden reaktorban azonos mértékű a konverzió, emiatt az egyes reaktorok erősítési tényezői és időállandói, így átviteli függvényei is azonosak. Magasabb rendű reakciónál a derivált a reakciósebességi állandó és a kilépő koncentráció valamilyen hatványának szorzata. Ha a reakciósebességi állandó minden reaktorban ugyanakkora is, a kilépő koncentrációk különbözőek lennének, így az erősítési tényezők és az időállandók is különböznének.)

$$G(s)=\frac{c_6(s)}{c_0(s)}=\frac{A_{tartály}}{T_{tartály}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s+1}\right)^5$$

$$G(s)=\frac{c_6(s)}{c_0(s)}=\frac{1}{0{,}583\text{h}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{0{,}82}{0{,}34\text{h}\cdot s+1}\right)^5$$

d) Mekkora változást okoz a fenti zavarás a második és az ötödik reaktor kimenő koncentrációjában végtelen idő alatt?

A kérdés megválaszolásához a végérték-tételt kell alkalmazni.

$$\lim_{i\to\infty}[\text{f}(i)] = \lim_{s\to 0}[s\cdot \text{F}(s)]$$

$$G(s)=\frac{c_3(s)}{c_0(s)}=\frac{A_{tartály}}{T_{tartály}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s+1}\right)^2$$

$$c_3(s)=\frac{A_{tartály}}{T_{tartály}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s+1}\right)^2\cdot c_0(s)$$

Mivel ugrászavarás éri a rendszert, $c_0(s)=\dfrac{a}{s}=\dfrac{0{,}83\frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}}{s}$

$$c_3(s)=\frac{A_{tartály}}{T_{tartály}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s+1}\right)^2\cdot\frac{a}{s}$$

$$c_3(s)=\frac{1}{0{,}583\mathrm{h}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{0{,}82}{0{,}34\mathrm{h}\cdot s+1}\right)^2\cdot\frac{0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}}{s}$$

$$\hat{c}_3(i=\infty)=\lim_{s\to 0}\left[s\cdot\hat{c}_3(s)\right]=\lim_{s\to 0}\left[s\cdot\frac{1}{0{,}583\mathrm{h}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{0{,}82}{0{,}34\mathrm{h}\cdot s+1}\right)^2\cdot\frac{0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}}{s}\right]$$

$$\hat{c}_3(i=\infty)=1\cdot 0{,}82^2\cdot 0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}=0{,}56\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

Hasonló módon az ötödik reaktorból kilépő koncentrációra:

$$c_6(s)=\frac{A_{tartály}}{T_{tartály}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{A_{reaktor}}{T_{reaktor}\cdot s+1}\right)^5\cdot\frac{a}{s}$$

$$c_6(s)=\frac{1}{0{,}583\mathrm{h}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{0{,}82}{0{,}34\mathrm{h}\cdot s+1}\right)^5\cdot\frac{0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}}{s}$$

$$\hat{c}_6(i=\infty)=\lim_{s\to 0}\left[s\cdot\hat{c}_6(s)\right]=\lim_{s\to 0}\left[s\cdot\frac{1}{0{,}583\mathrm{h}\cdot s+1}\cdot\left(\frac{0{,}82}{0{,}34\mathrm{h}\cdot s+1}\right)^5\cdot\frac{0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}}{s}\right]$$

$$\hat{c}_6(i=\infty)=1\cdot 0{,}82^5\cdot 0{,}83\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}=0{,}31\frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{m}^3}$$

2. Szelepek

2.1. feladat

Egy csőköteges hőcserélőben a technológia szerint 50 m^3/h hűtővízáramra van szükség. Ekkora áram esetén a hőcserélő és a csővezetékek áramlási ellenállása 2 bar. Az áram szabályozására egy $k_{v,max}$= 50 m^3/h áteresztőképességű, exponenciális üzemi átfolyási karakterisztikájú (n = 3) szelepet építünk be. A hűtővízellátó rendszer 4 bar állandó nyomást biztosít.

a) Hány százalékban lesz nyitva a szelep
   - 30 m^3/h,
   - 50 m^3/h,
   - 60 m^3/h térfogatáram esetén?

b) Mekkora vízáram folyik át a hőcserélőn teljesen nyitott szelep esetén?

Megoldás:

a) Hány százalékban lesz nyitva a szelep 30 m^3/h, 50 m^3/h, illetve 60 m^3/h térfogatáram esetén?

A megadott adatokból a csővezeték (beleértve a hőcserélőt is) nyomásesésének számításához szükséges arányossági tényező kiszámítható.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{2\text{bar}}{\left(50\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

30 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(30\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 0{,}72\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 4\text{bar} - 0{,}72\text{bar} = 3{,}28\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 3{,}28$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, ρ_{rel} = 1.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{3{,}28}{1}} = 90{,}55\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{30\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{90{,}55\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}632$$

Azaz 30 m^3/h térfogatáramnál a szelep 63,2 %-ban van nyitva.

50 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 8 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m}^3/\mathrm{h}\right]^2} \cdot \left(50\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\right)^2 = 2\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 4\mathrm{bar} - 2\mathrm{bar} = 2\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\mathrm{bar}} = 2$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram.

$$W_{max} = kmax \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1}} = 70{,}71\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{50\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{70{,}71\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}884$$

Azaz 30 m^3/h térfogatáramnál a szelep 88,4 %-ban van nyitva.

60 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 8 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m}^3/\mathrm{h}\right]^2} \cdot \left(60\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\right)^2 = 2{,}88\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 4\text{bar} - 2{,}88\text{bar} = 1{,}12\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 1{,}12$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram.

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{1{,}12}{1}} = 52{,}92\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Ez a W_{max} érték kisebb, mint az elérni kívánt 60 m^3/h, azaz ezzel a szeleppel nem lehetséges 60 m^3/h térfogatáramot elérni.

b) Mekkora vízáram folyik át a hőcserélőn teljesen nyitott szelep esetén?

A beépítés helyén a legnagyobb elérhető térfogatáram a következő képlettel számítható:

$$W^*_{max} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p_{összes}}{1\text{bar}}}{\frac{\rho_{rel}}{k^2_{v,max}} + \frac{B}{1\text{bar}}}} = \sqrt{\frac{\frac{4\text{bar}}{1\text{bar}}}{\frac{1}{\left[50\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right]^2} + \frac{8\cdot 10^{-4}\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}}{1\text{bar}}}} = 57{,}74\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

2.2. feladat

A technológia szerint egy vezetékben 10–15 m^3/h térfogatáramot kell tartani. A folyadék jellemzői: ρ = 1200 kg/m^3, $\eta = 6\cdot10^{-4}$ Pas. Az áramot szivattyú tartja fenn, amely az áramtól függetlenül 1,2 bar nyomáskülönbséget létesít. A vezeték áramlási ellenállása 10 m^3/h térfogatáram esetén 0,3 bar.

a) Milyen áteresztőképességű szelepet kell beépíteni?

b) Beépítünk egy $k_{v,max}$ = 32 m^3/h áteresztőképességű szelepet, amelynek üzemi átfolyási karakterisztikája exponenciális (n = 3). Hány százalékban lesz nyitva ez a szelep

– 10 m^3/h,

– 15 m^3/h térfogatáram esetén?

Megoldás:

a) Milyen áteresztőképességű szelepet kell beépíteni?

A megadott adatokból a csővezeték nyomásesésének számításához szükséges arányossági tényező kiszámítható.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{0{,}3\text{bar}}{\left(10\dfrac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 3\cdot10^{-3}\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

A térfogatáramra megadott tartomány felső határa 15 m^3/h, tehát ekkor térfogatáramot még át kell engednie a szelepnek.

A folyadék relatív sűrűsége:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{víz,20°\text{C}}} = \frac{1200\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1{,}2$$

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B\cdot W^2 = 3\cdot10^{-3}\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}\cdot\left(15\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 0{,}675\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\text{bar} - 0{,}675\text{bar} = 0{,}525\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 0{,}525$$

Ezek alapján számítható a szükséges $k_{v,max}$ értéke.

$$W_{max} = k_{v,max}\cdot\sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

$$15\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{0{,}525}{1{,}2}}$$

$$k_{v,max} = 22{,}68\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a 15 m^3/h térfogatáram eléréséhez legalább $k_{v,max}$ = 22,68 m^3/h áteresztőképességű szelepre van szükség.

b) Beépítünk egy $k_{v,max}$ = 32 m^3/h áteresztőképességű szelepet, amelynek üzemi átfolyási karakterisztikája exponenciális (n = 3). Hány százalékban lesz nyitva ez a szelep 10 m^3/h, illetve 15 m^3/h térfogatáram esetén?

10 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m}^3/\mathrm{h}\right]^2} \cdot \left(10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\right)^2 = 0{,}3\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\mathrm{bar} - 0{,}3\mathrm{bar} = 0{,}9\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\mathrm{bar}} = 0{,}9$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 32\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}9}{1{,}2}} = 27{,}7\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{27{,}7\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}66$$

Azaz 10 m^3/h térfogatáramnál a szelep 66 %-ban van nyitva.

15 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m}^3/\mathrm{h}\right]^2} \cdot \left(15\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\right)^2 = 0{,}675\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\text{bar} - 0{,}675\text{bar} = 0{,}525\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 0{,}525$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 32\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}525}{1{,}2}} = 21{,}17\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{15\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{21{,}17\frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}885$$

Azaz 10 m^3/h térfogatáramnál a szelep 88,5 %-ban van nyitva.

2.3. feladat

Egy hosszú vezetékben víz áramlik. Az áramot állandó 2 bar nyomáskülönbség tartja fent. A vezetékbe egy $k_{v,max} = 50\ \mathrm{m^3/h}$ áteresztőképességű, exponenciális üzemi átfolyási karakterisztikájú szabályozószelep van beépítve ($n = 3$). 40 %-os szelepnyitás mellett az áramlás 8,3 m^3/h.

Milyen szelepállás mellett lesz az áramlás

- 10 m^3/h,
- 12 m^3/h?

Megoldás:

Adott térfogatáram mellett meg kell tudnunk határozni a csővezetékre eső nyomásesést. Az ehhez szükséges adatokat a stacionárius állapot adatai alapján tudjuk kiszámolni.

8,3 m^3/h térfogatáramnál a szelep 40 %-ban van nyitva. Ezen adatok alapján meghatározható az ehhez a térfogatáramhoz tartozó nyomásesésnél az elméleti maximális térfogatáramot.

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{8{,}3\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{W_{max}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot 0{,}4}$$

$$W_{max} = 50{,}21\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

Ebből számítható, hogy a szelepre eső nyomásesés. (Mivel az áramló folyadék víz, ezért $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

$$50\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} = 50\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{1}}$$

$$\Delta p_{rel} = 1$$

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{rel} \cdot 1\mathrm{bar} = 1\mathrm{bar}$$

Ezek alapján megadható, hogy 8,3 m^3/h térfogatáramnál mekkora a csővezetékre eső nyomásesés, és így számítható a csővezetékre eső nyomásesés számításához szükséges arányossági tényező értéke.

$$\Delta p_{cső} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{szelep} = 2\mathrm{bar} - 1\mathrm{bar} = 1\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{1\text{bar}}{\left(8{,}3\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 1{,}45 \cdot 10^{-2} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

10 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 1{,}45 \cdot 10^{-2} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(10\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 1{,}45\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 2\text{bar} - 1{,}45\text{bar} = 0{,}55\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 0{,}55$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}55}{1}} = 37{,}1\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{10\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{37{,}1\frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}563$$

Azaz 10 m^3/h térfogatáramnál a szelep 56,3 %-ban van nyitva.

12 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 1{,}45 \cdot 10^{-2} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(12\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 2{,}09\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 2\text{bar} - 2{,}09\text{bar} = -0{,}09\text{bar}\ \textbf{!!!}$$

Ez azt jelenti, hogy 12 m^3/h térfogatáramnál csak a csővezeték nagyobb ellenállást fejt ki, mint a rendelkezésre álló összes nyomáskülönbség, ami lehetetlen. Azaz semmilyen szeleppel (de még szelep nélkül sem) valósítható meg 12 m^3/h térfogatáram.

2.4. feladat

Egy hosszú csővezeték eleje és vége között a technológia szerint 1,2 bar nyomáskülönbség van. Ez a nyomáskülönbség a vezetékben 45 m^3/h térfogatáramot hoz létre. A mérés után a vezetékbe egy $k_{v,max}$ = 40 m^3/h áteresztőképességű szelepet építettek be. A szelep üzemi átfolyási karakterisztikája exponenciális, n = 3. A folyadék víz.

a) A technológia szerint a vezetékben 35 m^3/h áramra van szükség. Megfelelő-e ez a szelep ennek az áramnak a szabályozására?

b) Mennyire van nyitva ez a szelep

- 10 m^3/h,
- 20 m^3/h térfogatáram esetén?

Megoldás:

a) A technológia szerint a vezetékben 35 m^3/h áramra van szükség. Megfelelő-e ez a szelep ennek az áramnak a szabályozására?

Az üres csőben, szelep nélkül mért adatok alapján kiszámítható a csővezeték ellenállásának számításához szükséges arányossági tényező.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{1{,}2\text{bar}}{\left(45\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 5{,}92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

Ez alapján számítható 35 m^3/h térfogatáramnál a csővezetékre és a szelepre eső nyomásesés.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 5{,}92 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(35\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 0{,}725\text{bar}$$

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\text{bar} - 0{,}726\text{bar} = 0{,}475\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 0{,}475$$

A 35 m^3/h térfogatáramhoz tartozó, szelepre eső nyomásesésből számítható az adott nyomásesésen megvalósítható maximális térfogatáram. (A folyadék relatív sűrűsége 1, mert a folyadék víz.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 40\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}475}{1}} = 27{,}57\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Ez az érték kisebb, mint a szükséges 35 m^3/h térfogatáram, azaz ez a szelep nem megfelelő.

Érdekességképpen kiszámíthatjuk, hogy erre a helyre beépítve ezt a szelepet mekkora a legnagyobb térfogatáram, amit át tud engedni.

$$W_{max}^{*} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p_{összes}}{1\text{bar}}}{\frac{\rho_{rel}}{k_{v,max}^{2}} + \frac{B}{1\text{bar}}}} = \sqrt{\frac{\frac{1{,}2\text{bar}}{1\text{bar}}}{\frac{1}{\left[40\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right]^2} + \frac{5{,}92\cdot 10^{-4}\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}}{1\text{bar}}}} = 31{,}4\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

b) Mennyire van nyitva ez a szelep

- $10\ \text{m}^3/\text{h}$,
- $20\ \text{m}^3/\text{h}$ térfogatáram esetén?

$10\ \text{m}^3/\text{h}$ térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B\cdot W^2 = 5{,}92\cdot 10^{-4}\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}\cdot\left(10\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 0{,}059\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\text{bar} - 0{,}059\text{bar} = 1{,}14\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 1{,}14$$

$$W_{max} = k_{v,max}\cdot\sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 40\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\cdot\sqrt{\frac{1{,}14}{1}} = 42{,}7\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n}\cdot e^{n\cdot h}$$

$$\frac{10\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{42{,}7\frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = \frac{1}{e^3}\cdot e^{3\cdot h}$$

$$h = 0{,}516$$

Azaz $10\ \text{m}^3/\text{h}$ térfogatáramnál a szelep 51,6 %-ban van nyitva.

20 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 5{,}92 \cdot 10^{-4} \frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m^3}/\mathrm{h}\right]^2} \cdot \left(20 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}\right)^2 = 0{,}237\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\mathrm{bar} - 0{,}237\mathrm{bar} = 0{,}963\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\mathrm{bar}} = 0{,}963$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 40 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}963}{1}} = 39{,}25 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{20 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{39{,}25 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}775$$

Azaz 20 m^3/h térfogatáramnál a szelep 77,5 %-ban van nyitva.

2.5. feladat

Egy technológiai vezetékben 6 méter szintkülönbség szállítja a folyadékot. A folyadék adatai: $\rho = 1200$ kg/m^3, $\eta = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Pas. A vezetékben egy $k_{v,max} = 50$ m^3/h áteresztőképességű szabályozószelep (exponenciális, $n = 3$) van. A szelep teljesen nyitott állapotában a vezetéken (és a szelepen) 27 m^3/h térfogatáram folyik át.

a) Milyen szelepállás mellett folyik át 20 m^3/h?

b) A fenti helyett legalább milyen áteresztőképességű szelepre van szükség, ha 39 m^3/h térfogatáramot akarunk létrehozni?

Megoldás:

a) Milyen szelepállás mellett folyik át 20 m^3/h?

A szelepen és a csővezetéken együttes nyomásesése állandó, és ebben a feladatban ezt egy állandó vízoszlop hidrosztatikai nyomása tartja fent.

$$\Delta p_{összes} = \Delta h \cdot \rho \cdot g = 6\mathrm{m} \cdot 1200\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 70632\mathrm{Pa} \approx 0{,}7\mathrm{bar}$$

Adott térfogatáram mellett meg kell tudnunk határozni a csővezetékre eső nyomásesést. Az ehhez szükséges adatokat a stacionárius állapot adatai alapján tudjuk kiszámolni.

27 m^3/h térfogatáramnál a szelep teljesen nyitva van, tehát ez a térfogatáram egyenlő W_{max} értékével adott, szelepre eső nyomásesésnél. Ez alapján számítható ezen térfogatáramnál a szelepre eső nyomásesés.

A folyadék relatív sűrűsége:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{víz,20°\mathrm{C}}} = \frac{1200\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 1{,}2$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

$$27\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 50\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{1{,}2}}$$

$$\Delta p_{rel} = 0{,}35$$

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{rel} \cdot 1\mathrm{bar} = 0{,}35\mathrm{bar}$$

Ezek alapján megadható, hogy 27 m^3/h térfogatáramnál mekkora a csővezetékre eső nyomásesés, és így számítható a csővezetékre eső nyomásesés számításához szükséges arányossági tényező értéke.

$$\Delta p_{cső} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{szelep} = 0{,}7\mathrm{bar} - 0{,}35\mathrm{bar} = 0{,}35\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{0{,}35\text{bar}}{\left(27\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 4{,}8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

Ezen adatok ismeretében már ki tudjuk számolni, hogy milyen szelepállásnál folyik át 20 m^3/h.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 4{,}8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(20\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^3 = 0{,}192\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 0{,}7\text{bar} - 0{,}192\text{bar} = 0{,}508\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = 0{,}508$$

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}508}{1{,}2}} = 32{,}53\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{20\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{32{,}53\frac{\text{m}^3}{\text{h}}} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}838$$

Azaz 20 m^3/h térfogatáramnál a szelep 83,8 %-ban van nyitva.

b) A fenti helyett legalább milyen áteresztőképességű szelepre van szükség, ha 39 m^3/h térfogatáramot akarunk létrehozni?

Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni a $k_{v,max}$ értékét, először meg kell határoznunk, hogy 39 m^3/h térfogatáramnál mennyi a szelepre eső nyomásesés.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 4{,}8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(39\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^3 = 0{,}73\text{bar}$$

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 0{,}7\text{bar} - 0{,}73\text{bar} = -0{,}03\text{bar}\ \textbf{!!!}$$

Ez azt jelenti, hogy 39 m^3/h térfogatáramnál csak a csővezeték nagyobb ellenállást fejt ki, mint a rendelkezésre álló összes nyomáskülönbség, ami lehetetlen. Azaz semmilyen szeleppel (de még szelep nélkül sem) valósítható meg 39 m^3/h térfogatáram.

2.6. feladat

Egy technológiai vezeték eleje és vége között 1,2 bar állandó nyomáskülönbség van. Ekkora nyomáskülönbség hatására a vezetékben 32 m^3/h folyadékáram jön létre. A folyadék adatai: ρ = 1200 kg/m^3, η = 1,2·10^{-3} Pas.

A vezetékbe beépítünk egy $k_{v,max}$ = 30 m^3/h áteresztőképességű szabályozószelepet (exponenciális üzemi átfolyási karakterisztika, n = 3).

a) Hány százalékban lesz nyitva ez a szelep
   - 15 m^3/h,
   - 25 m^3/h térfogatáram esetén?

b) Milyen térfogatáram folyik át 50 %-os szelepnyitás mellett?

Megoldás:

a) Hány százalékban lesz nyitva ez a szelep 15 m^3/h, illetve 25 m^3/h térfogatáram esetén?

A megadott adatokból a csővezeték nyomásesésének számításához szükséges arányossági tényező kiszámítható.

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2$$

$$B = \frac{\Delta p_{cső}}{W^2} = \frac{1{,}2\,\text{bar}}{\left(32\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2} = 1{,}17 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2}$$

15 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^2 = 1{,}17 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{bar}}{\left[\text{m}^3/\text{h}\right]^2} \cdot \left(15\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)^2 = 0{,}263\,\text{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\,\text{bar} - 0{,}263\,\text{bar} = 0{,}937\,\text{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\,\text{bar}} = 0{,}937$$

A folyadék relatív sűrűsége:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{víz,20°\text{C}}} = \frac{1200\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1{,}2$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram.

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 30\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}937}{1{,}2}} = 26{,}5\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

A szelepállás a szelep átfolyási karakterisztikájából számítható:

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^{n}} \cdot e^{n \cdot h}$$

$$\frac{15\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}}{26{,}5\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}} = \frac{1}{e^{3}} \cdot e^{3 \cdot h}$$

$$h = 0{,}81$$

Azaz 15 m^3/h térfogatáramnál a szelep 81 %-ban van nyitva.

25 m^3/h térfogatáram esetén.

A csővezetékre eső nyomásesés ennél a térfogatáramnál:

$$\Delta p_{cső} = B \cdot W^{2} = 1{,}17 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m^3}/\mathrm{h}\right]^{2}} \cdot \left(25\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}\right)^{2} = 0{,}731\,\mathrm{bar}$$

A szelepre eső nyomásesés:

$$\Delta p_{szelep} = \Delta p_{összes} - \Delta p_{cső} = 1{,}2\,\mathrm{bar} - 0{,}731\,\mathrm{bar} = 0{,}469\,\mathrm{bar}$$

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\,\mathrm{bar}} = 0{,}469$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram.

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 30\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}469}{1{,}2}} = 18{,}75\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

Ez a W_{max} érték kisebb, mint az elérni kívánt 25 m^3/h, azaz ezzel a szeleppel nem lehetséges 25 m^3/h térfogatáramot elérni.

Érdekességképpen kiszámíthatjuk, hogy erre a helyre beépítve ezt a szelepet mekkora a legnagyobb térfogatáram, amit át tud engedni.

$$W^{*}_{max} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p_{összes}}{1\,\mathrm{bar}}}{\frac{\rho_{rel}}{k^{2}_{v,max}} + \frac{B}{1\,\mathrm{bar}}}} = \sqrt{\frac{\frac{1{,}2\,\mathrm{bar}}{1\,\mathrm{bar}}}{\frac{1}{\left[30\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}\right]^{2}} + \frac{1{,}17 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m^3}/\mathrm{h}\right]^{2}}}{1\,\mathrm{bar}}}} = 22{,}94\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

b) Milyen térfogatáram folyik át 50 %-os szelepnyitás mellett?

Az adott, szelepen történő nyomáseséshez tartozó maximális térfogatáram képletét fogjuk használni.

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

A szelep üzemi átfolyási karakterisztikájából megállapítható, hogy 50 %-os szelepállás mellett mekkora az aktuális és az adott, szelepre eső nyomásesésnél maximális térfogatáram aránya.

$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n} \cdot e^{n \cdot h} = \frac{1}{e^3} \cdot e^{3 \cdot 0,5} = 0,223$$

$$W_{max} = 4,48 \cdot W$$

A szelepen történő nyomásesést paraméteresen számítjuk ki.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\,\mathrm{bar}} = \frac{\Delta p_{összes} - \Delta p_{cső}}{1\,\mathrm{bar}} = \frac{\Delta p_{összes} - B \cdot W^2}{1\,\mathrm{bar}}$$

A fenti összefüggéseket behelyettesítjük az eredeti egyenletbe.

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

$$4,48 \cdot W = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\dfrac{\Delta p_{összes} - B \cdot W^2}{1\,\mathrm{bar}}}{\rho_{rel}}}$$

Ebben az összefüggésben már csak a térfogatáram az ismeretlen. Behelyettesítjük az ismert adatok értékét, és kiszámítjuk a térfogatáramot.

$$4,48 \cdot W = 30\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{\dfrac{1,2\,\mathrm{bar} - 1,17 \cdot 10^{-3}\dfrac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m^3/h}\right]^2} \cdot W^2}{1\,\mathrm{bar}}}{1,2}}$$

$$2,79 \cdot 10^{-2}\frac{\mathrm{bar}}{\left[\mathrm{m^3/h}\right]^2} \cdot W^2 = 1,2\,\mathrm{bar}$$

$$W = 6,55\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

3. SZABÁLYOZÓKÖRÖK

3.1. feladat

Egy 3 m átmérőjű álló hengeres tartályban szintszabályozást végzünk. A szintet 0,6 m méréshatárú távadó méri. A kimenő áramot egy szivattyú szállítja, amely az áram nagyságától függetlenül 0,5 bar nyomáskülönbséget biztosít. A kimenő vezetékben egy $k_{v.max} = 25$ m^3/h áteresztőképességű szelep van, melynek alap átfolyási karakterisztikája lineáris. A csővezeték elég nagy átmérőjű, ellenállása elhanyagolható. A körben P szabályozó van, melynek erősítése $A_P = 20$. A folyadék víz.

A kezdeti stacionárius állapotban a szint a tartályban 1,25 m, az átfolyó térfogatáram 10 m^3/h.

a) A bemenő áram mekkora intervallumában lesz képes a szabályozó (időben) állandó szint tartására?

b) Milyen intervallumban fog változni a tartályban a folyadékszint?

Megoldás:

a) A bemenő áram mekkora intervallumában lesz képes a szabályozó (időben) állandó szint tartására?

A bemenő áram alsó határa 0 m^3/h.

A bemenő áram felső határát a kimenő áramot szabályozó szelep határozza meg. Értelemszerűen nem használhatunk annál nagyobb bemenő áramot, mint amekkorát a szelep át tud ereszteni, különben a tartály megtelne és túlcsordulna.

Mivel a kifolyó cső áramlási ellenállása elhanyagolható, a szivattyú által biztosított nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = \frac{\Delta p_{szivattyú}}{1\text{bar}} = \frac{0{,}5\text{bar}}{1\text{bar}} = 0{,}5$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 25\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}5}{1}} = 17{,}68\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 17,68 m^3/h között változhat.

b) Milyen intervallumban fog változni a tartályban a folyadékszint?

A kérdés megválaszolásához fel kell írnunk a bemenő áram és a folyadékszint közötti átviteli függvényt. A rendszerben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{s}$$

A folyamat erősítési tényezője:

$$A_F = \frac{1}{F} = \frac{1}{\frac{D^2\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{(3\text{m})^2\pi}{4}} = 0{,}14\frac{1}{\text{m}^2}$$

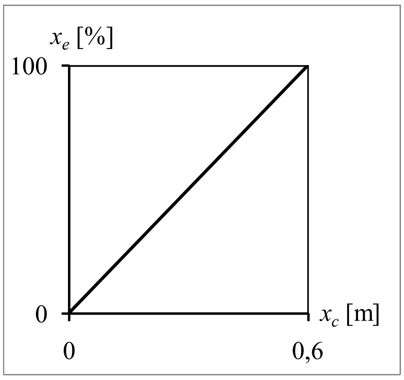
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,6 m között változhat. Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}6\text{m} - 0\text{m}} = 166{,}67\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

$$G_C(s) = A_P = 20$$

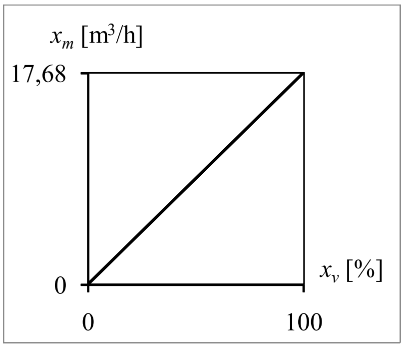
Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a kifolyó cső áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző az a) feladatban kiszámolt adatok alapján 0 m^3/h és 17,68 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{17{,}68\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}177\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s}\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^*\cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{1}{166{,}67\,\frac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 20\cdot 0{,}177\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 1{,}7\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}14 \frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 166{,}67 \frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 20 \cdot 0{,}177 \frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 1{,}21 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{h} = 0{,}73\,\mathrm{min}$$

A folyadékszint alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot 10 m^3/h térfogatáramnál és 1,25 m folyadékszintnél van.

A folyadékszint alsó határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak alsó határára, azaz 0 m^3/h-ra esik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 0 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 10 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = -10 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = -10 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = -0{,}017\,\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 1{,}25\,\mathrm{m} - 0{,}017\,\mathrm{m} = 1{,}233\,\mathrm{m}$$

A folyadékszint felső határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak felső határára, azaz 17,68 m^3/h-ra ugrik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 17{,}68 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 10 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 7{,}68 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = 7{,}68 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}013\,\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 1{,}25\,\mathrm{m} + 0{,}013\,\mathrm{m} = 1{,}263\,\mathrm{m}$$

Tehát a folyadékszint 123,3 cm és 126,3 cm között változhat.

3.2. feladat

Egy 5 m^2 keresztmetszetű, 2 m magas álló hengeres tartályban szintszabályozást végzünk P szabályozóval. A szabályozón beállított erősítés $A_P = 12$. A távadó méréshatára 0,6 m, 1,4 m és 2 m között mér. A szelep lineáris alap átfolyási karakterisztikájú, $k_{v,max} = 70$ m^3/h. A kifolyócső rövid és vastag, áramlási ellenállása elhanyagolható. A cső vége 25 cm-rel a tartály alja felett van. A folyadék víz.

Az alapjel úgy van beállítva, hogy 1,75 m-es szintnél a szelep teljesen nyitva van.

a) Milyen intervallumban változhat a bemenő áram?

b) Milyen intervallumban fog változni a szint?

Megoldás:

a) Milyen intervallumban változhat a bemenő áram?

A bemenő áram alsó határa 0 m^3/h.

A bemenő áram felső határát a kimenő áramot szabályozó szelep határozza meg. Értelemszerűen nem használhatunk annál nagyobb bemenő áramot, mint amekkorát a szelep át tud ereszteni, különben a tartály megtelne és túlcsordulna.

Ha nincs megadva, hogy a szivattyú mekkora nyomáskülönbséget biztosít, akkor a tartály egy szabad kifolyású tartály, és a nyomáskülönbséget a tartályban levő folyadék hidrosztatikai nyomása alapján számítjuk.

A szelep teljesen nyitott állásánál a folyadékszint 1,75 m. A kifolyó cső vége a tartály alja felett 25 cm-re van. Így a hidrosztatikai nyomás számításához szükséges folyadékszint magassága:

$$\Delta h = 1{,}75\text{m} - 0{,}25\text{m} = 1{,}5\text{m}$$

Az ilyen magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása:

$$\Delta p = \Delta h \cdot \rho \cdot g = 1{,}5\text{m} \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 14715\text{Pa} \approx 0{,}147\text{bar}$$

Mivel a kifolyócső áramlási ellenállása elhanyagolható, ez a nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p}{1\text{bar}} = 0{,}147$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 70\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}147}{1}} = 26{,}84\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 26,84 m^3/h között változhat.

b) Milyen intervallumban fog változni a szint?

A kérdés megválaszolásához fel kell írnunk a bemenő áram és a folyadékszint közötti átviteli függvényt. A rendszerben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy szabad kifolyású tartály, ami egy elsőrendű taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}$$

A folyamat erősítési tényezője és időállandója a stacionárius állapot adatai alapján:

$$A_F = \frac{2 \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot 1{,}75\,\mathrm{m}}{26{,}84\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 0{,}13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T_F = \frac{2 \cdot F \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot 5\,\mathrm{m}^2 \cdot 1{,}75\,\mathrm{m}}{26{,}84\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 0{,}652\,\mathrm{h}$$

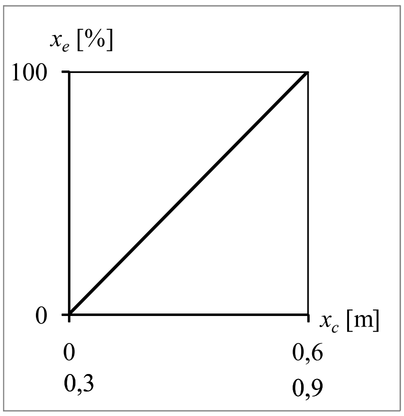
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,6 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 0,3 m és 0,9 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}6\text{m} - 0\text{m}} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}9\text{m} - 0{,}3\text{m}} = 166{,}67\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

$$G_C(s) = A_P = 12$$

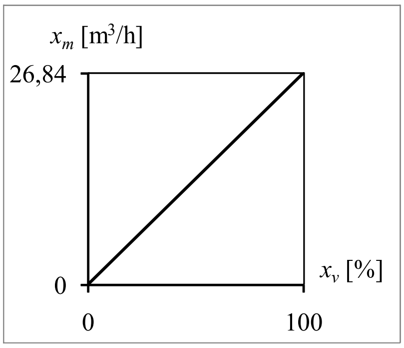
Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a kifolyó cső áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző az a) feladatban kiszámolt adatok alapján 0 m^3/h és 26,84 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{26{,}84\frac{\text{m}^3}{\text{h}} - 0\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}268\frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}}{1 + \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}\cdot A_{TA}\cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s)=\frac{A_F}{T_F\cdot s+1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{\dfrac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\dfrac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s+1}=\frac{A^*}{T^*\cdot s+1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^*=\frac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{0{,}13\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}}{1+0{,}13\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}\cdot 166{,}67\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12\cdot 0{,}268\dfrac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}}=1{,}84\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^*=\frac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{0{,}652\mathrm{h}}{1+0{,}13\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}\cdot 166{,}67\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12\cdot 0{,}268\dfrac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}}=9{,}22\cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}=0{,}55\mathrm{min}$$

A folyadékszint alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot teljesen nyitott szelepállásnál és 1,75 m folyadékszintnél van. Az a) feladat alapján teljesen nyitott szelepállásnál a térfogatáram 26,84 m^3/h. Ez az egyik vizsgálni kívánt állapot, így a folyadékszint felső határa 1,75 m.

A folyadékszint alsó határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak alsó határára, azaz 0 m^3/h-ra esik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a=x_z(\infty)-x_z(0)=0\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}-26{,}84\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}=-26{,}84\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty)=a\cdot A^*=-26{,}84\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\cdot 1{,}84\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}=-0{,}05\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty)=x_c(0)+\hat{x}_c(\infty)=1{,}75\mathrm{m}-0{,}05\mathrm{m}=1{,}7\mathrm{m}$$

Tehát a folyadékszint 170 cm és 175 cm között változhat.

3.3. feladat

Egy 4 m^2 keresztmetszetű, 2,5 m magas álló hengeres tartályban szintszabályozást végzünk, P szabályozóval. A szabályozón beállított erősítés $A_P = 10$. A távadó méréshatára 0,8 m, 1,4 m és 2,2 m között mér. A szelep lineáris alap átfolyási karakterisztikájú, $k_{v,max} = 50$ m^3/h. A kifolyó cső rövid és vastag, áramlási ellenállása elhanyagolható, a cső vége 25 cm-rel a tartály alja alatt van. A folyadék víz.

Az alapjel úgy van beállítva, hogy 2 m-es szintnél a szelep teljesen nyitva van.

a) Milyen intervallumban változhat a bemenő áram?

b) Milyen intervallumban fog változni a szint?

Megoldás:

a) Milyen intervallumban változhat a bemenő áram?

A bemenő áram alsó határa 0 m^3/h.

A bemenő áram felső határát a kimenő áramot szabályozó szelep határozza meg. Értelemszerűen nem használhatunk annál nagyobb bemenő áramot, mint amekkorát a szelep át tud ereszteni, különben a tartály megtelne és túlcsordulna.

Ha nincs megadva, hogy a szivattyú mekkora nyomáskülönbséget biztosít, akkor a tartály egy szabad kifolyású tartály, és a nyomáskülönbséget a tartályban levő folyadék hidrosztatikai nyomása alapján számítjuk.

A szelep teljesen nyitott állásánál a folyadékszint 2 m. A kifolyó cső vége a tartály alja alatt 25 cm-re van. Így a hidrosztatikai nyomás számításához szükséges folyadékszint magassága:

$$\Delta h = 2\text{m} - (-0{,}25\text{m}) = 2{,}25\text{m}$$

Az ilyen magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása:

$$\Delta p = \Delta h \cdot \rho \cdot g = 2{,}25\text{m} \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 22072{,}5\text{Pa} \approx 0{,}22\text{bar}$$

Mivel a kifolyócső áramlási ellenállása elhanyagolható, ez a nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p}{1\text{bar}} = 0{,}22$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 50\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}22}{1}} = 23{,}45\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 23,45 m^3/h között változhat.

b) Milyen intervallumban fog változni a szint?

A kérdés megválaszolásához fel kell írnunk a bemenő áram és a folyadékszint közötti átviteli függvényt. A rendszerben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s)=\frac{x_c(s)}{x_z(s)}=\frac{G_F(s)}{1+G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy szabad kifolyású tartály, ami egy elsőrendű taggal modellezhető.

$$G_F(s)=\frac{A_F}{T_F\cdot s+1}$$

A folyamat erősítési tényezője és időállandója:

$$A_F=\frac{2\cdot h}{W_{ki}}=\frac{2\cdot 2\mathrm{m}}{23{,}45\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}=0{,}17\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T_F=\frac{2\cdot F\cdot h}{W_{ki}}=\frac{2\cdot 4\mathrm{m}^2\cdot 2\mathrm{m}}{23{,}45\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}=0{,}682\mathrm{h}$$

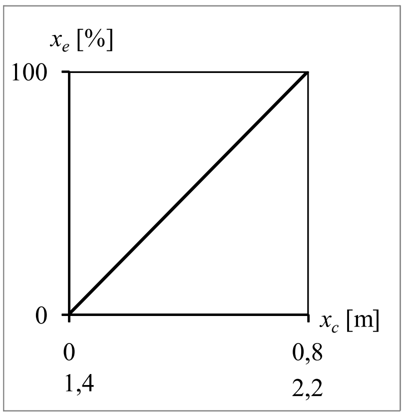
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s)=A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,8 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 1,4 m és 2,2 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}8\text{m} - 0\text{m}} = \frac{100\% - 0\%}{2{,}2\text{m} - 1{,}4\text{m}} = 125\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

$$G_C(s) = A_P = 10$$

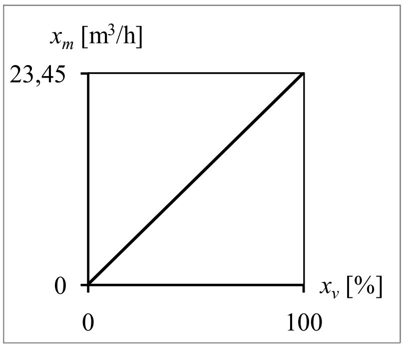
Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a kifolyó cső áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző az a) feladatban kiszámolt adatok alapján 0 m^3/h és 23,45 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{23{,}45\frac{\text{m}^3}{\text{h}} - 0\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}235\frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}}{1 + \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s)=\frac{A_F}{T_F\cdot s+1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{\dfrac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\dfrac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s+1}=\frac{A^*}{T^*\cdot s+1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^*=\frac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{0{,}17\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}}{1+0{,}17\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 10\cdot 0{,}235\dfrac{\mathrm{m^3/h}}{\%}}=3{,}34\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}$$

$$T^*=\frac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{0{,}682\mathrm{h}}{1+0{,}17\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 10\cdot 0{,}235\dfrac{\mathrm{m^3/h}}{\%}}=1{,}34\cdot 10^{-2}\mathrm{h}=0{,}8\mathrm{min}$$

A folyadékszint alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot teljesen nyitott szelepállásnál és 2 m folyadékszintnél van. Az a) feladat alapján teljesen nyitott szelepállásnál a térfogatáram 23,45 $\mathrm{m^3/h}$. Ez az egyik vizsgálni kívánt állapot, így a folyadékszint felső határa 2 m.

A folyadékszint alsó határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak alsó határára, azaz 0 $\mathrm{m^3/h}$-ra esik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a=x_z(\infty)-x_z(0)=0\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}-23{,}45\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}=-23{,}45\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty)=a\cdot A^*=-23{,}45\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}\cdot 3{,}34\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}=-0{,}078\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty)=x_c(0)+\hat{x}_c(\infty)=2\mathrm{m}-0{,}078\mathrm{m}=1{,}922\mathrm{m}$$

Tehát a folyadékszint 192,2 cm és 200 cm között változhat.

3.4. feladat

Egy 2,5 m átmérőjű, álló hengeres tartályban a szintet 3,2 m körül akarjuk szabályozni az átmenő áramtól függetlenül. A tartály zárt, a folyadék feletti térben 0,2 bar állandó túlnyomás van. A távadó méréshatára 80 cm, a szintet 2,8 m és 3,6 m között méri. A kifolyó áramot lineáris alap átfolyási karakterisztikájú szabályozószeleppel változtatjuk, $k_{v,max} = 45$ m^3/h. A csővezeték ellenállása elhanyagolható.

A körben P szabályozó van, melynek erősítési tényezője $A_P = 12$. Az alapjel úgy van beállítva, hogy 3,2 m folyadékszint esetén a kifolyó áram 25 m^3/h. A folyadék víz.

a) Mekkora változás engedhető meg a bemenő áramban?

b) Írja fel a szabályozókör $G(s) = \dfrac{h(s)}{W_{be}(s)}$ átviteli függvényét!

c) Milyen intervallumban fog változni a folyadékszint?

Megoldás:

a) Mekkora változás engedhető meg a bemenő áramban?

A bemenő áram alsó határa 0 m^3/h.

A bemenő áram felső határát a kimenő áramot szabályozó szelep határozza meg. Értelemszerűen nem használhatunk annál nagyobb bemenő áramot, mint amekkorát a szelep át tud ereszteni, különben a tartály túlcsordulna.

Ha nincs megadva, hogy a szivattyú mekkora nyomáskülönbséget biztosít, akkor a tartály egy szabad kifolyású tartály, és a nyomáskülönbséget a tartályban levő folyadék hidrosztatikai nyomása alapján számítjuk. Ebben a feladatban ehhez még hozzáadódik a folyadék feletti zárt tér állandó túlnyomása is.

A feladatban nincs megadva, hogy teljesen nyitott szelepállásnál mekkora a folyadékszint. Viszont ha a szintet 3,2 m körül akarjuk tartani, akkor az azt jelenti, hogy szoros szintszabályozást végzünk. Ha ez teljesül, akkor a folyadékszint szélsőséges esetben sem fog nagyon eltérni a kívánt 3,2 m-től, és így a folyadékoszlop hidrosztatikai nyomása sem fog nagyon változni. Emiatt a nyomáskülönbség számításánál 3,2 m folyadékszinttel számolunk.

(Megjegyzés: Ilyen jellegű közelítések esetén a feladat végén érdemes ellenőrizni, hogy valóban elhanyagolható hibát vétünk-e ezzel a közelítéssel.)

Az ilyen magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása:

$$\Delta p_{hidr} = \Delta h \cdot \rho \cdot g = 3{,}2\,\mathrm{m} \cdot 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 31392\,\mathrm{Pa} \approx 0{,}31\,\mathrm{bar}$$

Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, a nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{levegő} + \Delta p_{hidr}}{1\,\mathrm{bar}} = \frac{0{,}2\,\mathrm{bar} + 0{,}31\,\mathrm{bar}}{1\,\mathrm{bar}} = 0{,}51$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 45\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0,51}{1}} = 32,14\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 32,14 m^3/h között változhat.

Így a stacionárius állapot 25 m^3/h térfogatáramhoz képest legfeljebb -25 m^3/h és 7,14 m^3/h eltérés engedhető meg a bemenő áramban.

b) Írja fel a szabályozókör $G(s) = \dfrac{h(s)}{W_{be}(s)}$ átviteli függvényét!

A rendszerben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{h(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, és be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe.

Folyamat

A folyamat egy szabad kifolyású tartály, ami egy elsőrendű taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}$$

A folyamat erősítési tényezője és időállandója:

$$A_F = \frac{2 \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot 3,2\mathrm{m}}{25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 0,256\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T_F = \frac{2 \cdot F \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{D^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{(2,5\mathrm{m})^2 \cdot \pi}{4}\right) \cdot 3,2\mathrm{m}}{25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 1,257\mathrm{h}$$

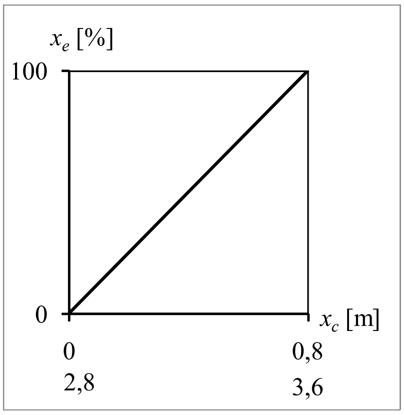
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,8 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 2,8 m és 3,6 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}8\text{m} - 0\text{m}} = \frac{100\% - 0\%}{3{,}6\text{m} - 2{,}8\text{m}} = 125\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

$$G_C(s) = A_P = 12$$

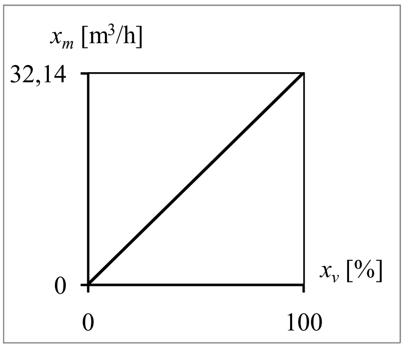
Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a kifolyócső áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző az a) feladatban kiszámolt adatok alapján 0 m^3/h és 32,14 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{32{,}14\frac{\text{m}^3}{\text{h}} - 0\frac{\text{m}^3}{\text{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}321\frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s)=\frac{x_c(s)}{x_z(s)}=\frac{G_F(s)}{1+G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)}=\frac{\dfrac{A_F}{T_F\cdot s+1}}{1+\dfrac{A_F}{T_F\cdot s+1}\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s)=\frac{A_F}{T_F\cdot s+1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{\dfrac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\dfrac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s+1}=\frac{A^*}{T^*\cdot s+1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^*=\frac{A_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{0{,}256\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}}{1+0{,}256\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12\cdot 0{,}321\dfrac{\mathrm{m^3/h}}{\%}}=2{,}06\cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}$$

$$T^*=\frac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{1{,}257\mathrm{h}}{1+0{,}256\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12\cdot 0{,}321\dfrac{\mathrm{m^3/h}}{\%}}=1{,}01\cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}=0{,}6\mathrm{min}$$

$$G^*(s)=\frac{h(s)}{W_{be}(s)}==\frac{A^*}{T^*\cdot s+1}=\frac{2{,}06\cdot 10^{-3}\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}}{1{,}01\cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}\cdot \mathrm{s}+1}$$

c) Milyen intervallumban fog változni a folyadékszint?

A folyadékszint alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot 25 $\mathrm{m^3/h}$ térfogatáramnál és 3,2 m folyadékszintnél van.

A folyadékszint alsó határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak alsó határára, azaz 0 $\mathrm{m^3/h}$-ra esik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a=x_z(\infty)-x_z(0)=0\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}-25\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}=-25\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = -25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 2{,}06 \cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = -0{,}052\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 3{,}2\mathrm{m} - 0{,}052\mathrm{m} = 3{,}148\mathrm{m}$$

A folyadékszint felső határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áram a stacionárius állapotból annak felső határára, azaz 32,14 m^3/h-ra ugrik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 32{,}14\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 7{,}14\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = 7{,}14\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 2{,}06 \cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}015\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 3{,}2\mathrm{m} + 0{,}015\mathrm{m} = 3{,}215\mathrm{m}$$

Tehát a folyadékszint 314,8 cm és 321,5 cm között változhat.

(Megjegyzés: Az eredmények alapján a folyadékszint változása valóban nagyon kicsi. Így az a) feladatban használt közelítéssel nem vittünk nagy hibát a számításba, a közelítés elfogadható.)

3.5. feladat

Egy 4,5 m^2 keresztmetszetű, 2 m magas álló tartályt áramláskiegyenlítésre használunk. A kimenő áramot szivattyú szállítja, amely az áram nagyságától független, konstans nyomást biztosít. A folyadék víz.

A kör elemei:

– Távadó, melynek méréshatára 3 m.

– P szabályozó, melynek erősítése $A_P = 1{,}2$.

– Szelep, melynek alap átfolyási karakterisztikája exponenciális. A beépítés helyén közelítőleg lineáris üzemi átfolyási karakterisztikájú a 15 % – 85 % bemenő jel tartományban. Ebben a tartományban 3 – 15 m^3/h áram folyik át rajta.

Egy stacionárius állapotban 3 m^3/h átfolyás esetén a szint 0,25 m. A szintváltozást a 0,25 m – 1,75 m tartományban engedjük meg.

a) Mennyi lehet a bemenő áram maximális, illetve minimális értéke?

b) Mennyi lehet a kimenő áram maximális, illetve minimális értéke?

c) Mennyi lesz a kör időállandója?

Megoldás:

a) Mennyi lehet a bemenő áram maximális, illetve minimális értéke?

A bemenő áramot felülről korlátozza, hogy a kimenő áramon levő szelep legfeljebb mekkora térfogatáramot tud átengedni. A feladat szerint 3–15 m^3/h áram folyik át rajta. Viszont meg kell vizsgálnunk, hogy a feladat egyéb korlátozásai hogyan korlátozzák a térfogatáramot.

A feladat szerint a folyadékszint legfeljebb 1,75 m lehet. Azt kell meghatároznunk, hogy ennél a folyadékszintnél mekkora a térfogatáram.

Ahhoz, hogy ilyen adatokat ki tudjunk számolni, ismernünk kell a szabályozókör pontos működését, azaz fel kell írnunk a bemenő áram és a folyadékszint közötti átviteli függvényt. A szabályozókörben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{s}$$

A folyamat erősítési tényezője:

$$A_F = \frac{1}{F} = \frac{1}{4{,}5\,\mathrm{m}^2} = 0{,}22\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}$$

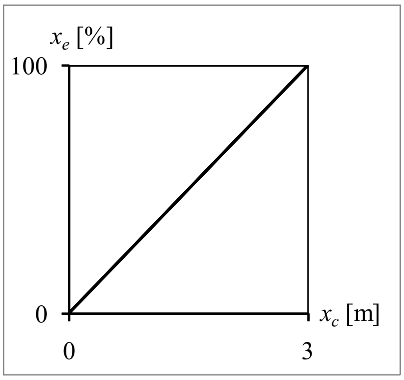
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 3 m között változhat. Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{3\text{m} - 0\text{m}} = 33{,}33\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

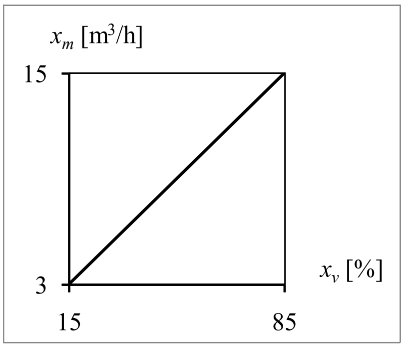
$$G_C(s) = A_P = 1{,}2$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep üzemi átfolyási karakterisztikája a megadott tartományon belül lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.



A végrehajtó jel 15 % és 85 % között változhat. A módosított jellemző 3 m^3/h és 15 m^3/h között változhat.

A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{15\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 3\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{85\% - 15\%} = 0{,}171\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s}\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^*\cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{1}{33{,}33\frac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 1{,}2\cdot 0{,}171\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 0{,}146\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

A bemenő áram alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot 3 m^3/h térfogatáramnál és 0,25 m folyadékszintnél van. Ez éppen megegyezik a folyadékszint alsó korlátjával, így ez megadja a bemenő áram alsó korlátját is, ami 3 m^3/h.

A folyadékszint felső határának megállapításához feltételezzük, hogy a bemenő áramot pozitív ugrászavarás éri, aminek hatására elegendő idő elteltével a folyadékszint annak felső korlátjára, 1,75 m-re áll be. A kérdés, hogy mekkora ugrászavarás hatására történik ez meg.

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0)$$

$$x_c(\infty) - x_c(0) = a \cdot A^*$$

$$1{,}75\mathrm{m} - 0{,}25\mathrm{m} = a \cdot 0{,}146 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}$$

$$a = 10{,}27 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

$$a = x_z(\infty) - x_z(0)$$

$$10{,}27 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}} = x_z(\infty) - 3 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

$$x_z(\infty) = 13{,}27 \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 3 $\mathrm{m^3/h}$ és 13,27 $\mathrm{m^3/h}$ között változhat.

b) Mennyi lehet a kimenő áram maximális, illetve minimális értéke?

A kimenő áram pontosan ugyanolyan értékeket vehet fel, mint a bemenő áram, hiszen stacionárius állapotban a két áram egyenlő nagyságú.

Így az a) feladatban kiszámított adatok alapján a kimenő áram 3 $\mathrm{m^3/h}$ és 13,27 $\mathrm{m^3/h}$ között változhat.

c) Mennyi lesz a kör időállandója?

A kör időállandóját az a) feladatban végrehajtott levezetés eredményéből számíthatjuk:

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}22 \frac{1}{\mathrm{m^2}} \cdot 33{,}33 \frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}171 \frac{\mathrm{m^3/h}}{\%}} = 0{,}665\mathrm{h} = 39{,}9\mathrm{min}$$

3.6. feladat

Egy rektifikáló oszlop desztillátumáramát egy LC kör szabályozza. A refluxtartály egy fekvő hengeres tartály, amelynek átmérője 1,2 m, hossza 1,5 m. A távadó méréshatára 0,8 m, a szintet a tartályban 0,2 m és 1,0 m között méri. A szabályozó P szabályozó, erősítési tényezője $A_P = 12$. A szelep üzemi átfolyási karakterisztikája lineáris a 10 % – 90 % bemenőjel tartományban. Ebben a tartományban 0,2 – 1,8 m^3/h áram folyik át rajta. Egy stacionárius állapotban a desztillátumáram 0,35 m^3/h, a szint a tartályban 0,6 m. A folyadék tekinthető víznek.

A desztillátumáram várhatóan 0,2 m^3/h és 1,1 m^3/h között változik.

a) Milyen tartományban változhat a folyadékszint?

b) Mennyi lesz a szintváltozás időállandója?

c) Mennyi lesz a refluxáram változásának időállandója?

Megoldás:

a) Milyen tartományban változhat a folyadékszint?

A kérdés megválaszolásához fel kell írnunk a desztillátumáram és a folyadékszint közötti átviteli függvényt.

A szabályozókörben a desztillátumáram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{h(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, és be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe.

Folyamat

A folyamat egy szabad kifolyású tartály, ami egy elsőrendű taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1}$$

Mivel fekvő hengeres tartályunk van, ezért a folyadékfelszín felülete (a tartály keresztmetszete) változik a szintmagasság függvényében. Ha szoros szintszabályozást végzünk, akkor a folyadékszint a stacionárius állapottól nem fog nagyon eltérni, így a stacionárius állapot tartálykeresztmetszettel számolva nem követünk el nagy számolási hibát. (Megjegyzés: Ezt a feltételezést a későbbiekben ellenőrizni kell!)

A stacionárius állapotban a tartály pontosan félig van, így a folyadékfelszín „szélessége” pontosan a tartály átmérőjével egyenlő.

A folyamat erősítési tényezője és időállandója:

$$A_F = \frac{2 \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot 0{,}6\,\mathrm{m}}{0{,}35\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 3{,}43\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T_F = \frac{2 \cdot F \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot (D \cdot L) \cdot h}{W_{ki}} = \frac{2 \cdot (1{,}2\mathrm{m} \cdot 1{,}5\mathrm{m}) \cdot 0{,}6\mathrm{m}}{0{,}35 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}} = 6{,}17\mathrm{h}$$

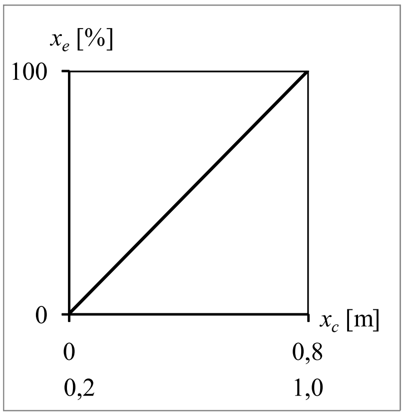
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,8 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 0,2 m és 1,0 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}8\mathrm{m} - 0\mathrm{m}} = \frac{100\% - 0\%}{1{,}0\mathrm{m} - 0{,}2\mathrm{m}} = 125 \frac{\%}{\mathrm{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

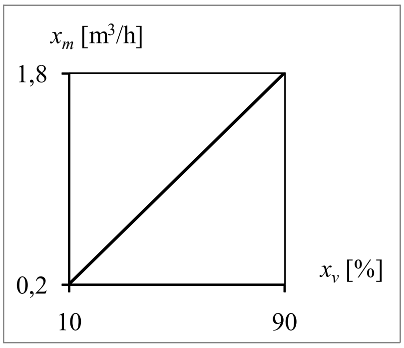
$$G_C(s) = A_P = 12$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep üzemi átfolyási karakterisztikája a megadott tartományban lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.



A végrehajtó jel 10 % és 90 % között változhat, mert ebben a tartományban lineáris a kapcsolat. A módosított jellemző 0,2 m^3/h és 1,8 m^3/h között változhat.

A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{1{,}8\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0{,}2\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{90\% - 10\%} = 0{,}02\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\dfrac{A_F}{T_F \cdot s + 1}}{1 + \dfrac{A_F}{T_F \cdot s + 1}\cdot A_{TA}\cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1 + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\dfrac{A_F}{1 + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\dfrac{T_F}{1 + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}\cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője:

$$A^* = \frac{A_F}{1 + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{3{,}43\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}}{1 + 3{,}43\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12 \cdot 0{,}02\dfrac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 3{,}3\cdot 10^{-2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

A folyadékszint alsó és felső határát úgy határozzuk meg, hogy a rendszer ugrászavarásra adott válaszait vizsgáljuk meg. Egy ismert stacionárius állapotból ugrászavarással jutunk el a végállapotba, és az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye alapján fogjuk megválaszolni a kérdést.

A feladatban megadott adatok alapján az ismert stacionárius állapot 0,35 m^3/h térfogatáramnál és 0,6 m folyadékszintnél van.

A folyadékszint alsó határának megállapításához feltételezzük, hogy a desztillátumáram a stacionárius állapotból annak alsó határára, azaz 0,2 m^3/h-ra esik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 0{,}2\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0{,}35\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = -0{,}15\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = -0{,}15\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = -0{,}005\,\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 0{,}6\,\mathrm{m} - 0{,}005\,\mathrm{m} = 0{,}595\,\mathrm{m}$$

A folyadékszint felső határának megállapításához feltételezzük, hogy a desztillátumáram a stacionárius állapotból annak felső határára, azaz 1,1 m^3/h-ra ugrik.

Ebben az esetben a zavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 1{,}1\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0{,}35\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 0{,}75\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Mivel a szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik, a szabályozott jellemző végtelen idő múlva az alábbi értékre áll be:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^* = 0{,}75\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}025\,\mathrm{m}$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = 0{,}6\,\mathrm{m} + 0{,}025\,\mathrm{m} = 0{,}625\,\mathrm{m}$$

Tehát a folyadékszint 59,5 cm és 62,5 cm között változhat.

(Megjegyzés: Az eredmények alapján a folyadékszint változása valóban nagyon kicsi. Így a folyadékfelszín felületének számításakor nem vittünk nagy hibát a számításba, a közelítés elfogadható.)

b) Mennyi lesz a szintváltozás időállandója?

Az a) feladatban levezetett átviteli függvény alapján:

$$T^* = \frac{T_F}{1 + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{6{,}17\,\mathrm{h}}{1 + 3{,}43\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} \cdot 125\,\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 12 \cdot 0{,}02\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 5{,}94 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{h} = 3{,}6\,\mathrm{min}$$

c) Mennyi lesz a desztillátumáram változásának időállandója?

A szabályozókörben a refluxáram a módosított jellemző. Tehát a kérdés megválaszolásához a zavarás és a módosított jellemző közötti átviteli függvényt kell felírni, majd egyszerűbb alakra hozni.

$$G^*(s) = \frac{W_{ki}(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_m(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{T_F \cdot s + 1} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{1 + \frac{A_F}{T_F \cdot s + 1} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s)=\frac{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}{T_F\cdot s+1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{\dfrac{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\dfrac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s+1}=\frac{A'^*}{T'^*\cdot s+1}$$

Ez alapján a keresett időállandó:

$$T^*=\frac{T_F}{1+A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}=\frac{6{,}17\,\mathrm{h}}{1+3{,}43\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m^3/h}}\cdot 125\dfrac{\%}{\mathrm{m}}\cdot 12\cdot 0{,}02\dfrac{\mathrm{m^3/h}}{\%}}=5{,}94\cdot 10^{-2}\,\mathrm{h}=3{,}6\,\mathrm{min}$$

Ez az időállandó megegyezik a b) feladatban kiszámolt időállandóval.

Erre a következtetésre egyszerűbb módon is eljuthatunk. A szabályozókörben egy elsőrendű tag (folyamat) és három arányos tag (távadó, P szabályozó és beavatkozó szerv) van sorba kapcsolva. Az arányos tagoknak nincs időbeli viselkedése. Emiatt a szabályozott jellemző megváltozása időkésés nélkül azonnal észlelhető az ellenőrző jelben, a végrehajtó jelben és a módosított jellemzőben is. Emiatt a zavarás és a szabályozott jellemző, valamint a zavarás és a módosított jellemző között felírt átviteli függvények időállandói azonosak. (Értelemszerűen az erősítési tényezők értéke eltérő.)

3.7. feladat

Egy fekvő hengeres tartályban szintszabályozást végzünk. A tartály átmérője 1,5 m, hossza 2 m. A kimenő áramot szivattyú szállítja, amely állandó 1,2 bar nyomást létesít. A kimenő vezetékben egy $k_{v,max} = 25\ m^3/h$ áteresztőképességű, lineáris alap átfolyási karakterisztikájú szelep van. A csővezeték ellenállása elhanyagolható. A távadó méréshatára 0,8 m, a szintet a tartályban 0,6 m és 1,4 m között méri. A körben P szabályozó van, melynek erősítési tényezője $A_P = 12$. Az alapjel úgy van beállítva, hogy 25 m^3/h befolyó áram esetén stacionárius állapotban a folyadékszint 1 m. A folyadék víz.

a) Írja fel a $G^*(s)=\dfrac{h(s)}{W_{be}(s)}$ átviteli függvényt!

b) Írja fel a szintváltozás időfüggvényét, ha a bejövő áram 15 m^3/h-ra csökken!

c) Írja fel a szintváltozás időfüggvényét, ha a bejövő áram 30 m^3/h-ra nő!

Megoldás:

a) Írja fel a $G^*(s)=\dfrac{h(s)}{W_{be}(s)}$ átviteli függvényt!

A szabályozókörben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s)=\frac{h(s)}{W_{be}(s)}=\frac{x_c(s)}{x_z(s)}=\frac{G_F(s)}{1+G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, és be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

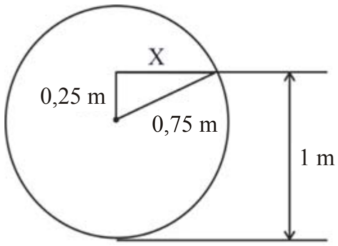
$$G_F(s)=\frac{A_F}{s}$$

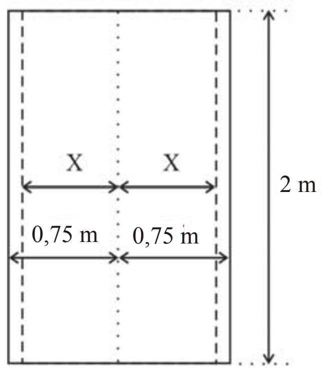
A folyamat erősítési tényezője:

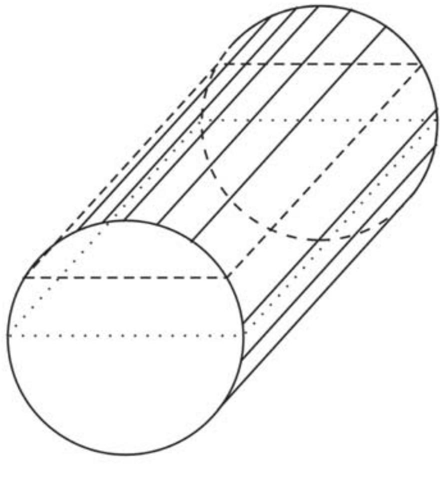
$$A_F=\frac{1}{F}$$

Mivel fekvő hengeres tartályunk van, ezért a folyadékfelszín felülete (a tartály keresztmetszete) változik a szintmagasság függvényében. Ha szoros szintszabályozást végzünk, akkor a folyadékszint a stacionárius állapottól nem fog nagyon eltérni, így a stacionárius állapot folyadékfelszínével számolva nem követünk el nagy számolási hibát. (Megjegyzés: Ezt a feltételezést a későbbiekben ellenőrizni kell!)

A stacionárius állapotban a folyadékfelszín „szélességét” a mellékelt ábra alapján, Pithagórasz-tétel segítségével tudjuk kiszámolni.







$$X = \sqrt{(0{,}75\,\mathrm{m})^2 - (0{,}25\,\mathrm{m})^2} = 0{,}71\,\mathrm{m}$$

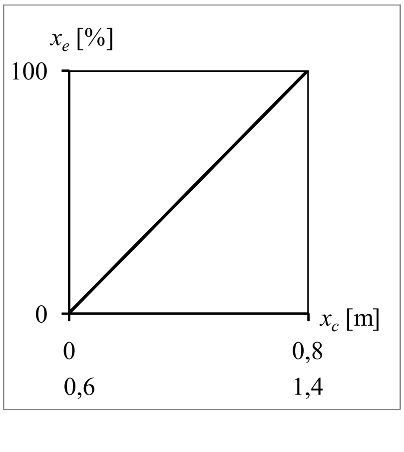
$$A_F = \frac{1}{F} = \frac{1}{2X \cdot L} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}71\,\mathrm{m} \cdot 2\,\mathrm{m}} = 0{,}35\frac{1}{\mathrm{m}^2}$$

Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.



A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 0,8 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 0,6 m és 1,4 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.

A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{0{,}8\mathrm{m} - 0\mathrm{m}} = \frac{100\% - 0\%}{1{,}4\mathrm{m} - 0{,}6\mathrm{m}} = 125\frac{\%}{\mathrm{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője meg van adva.

$$G_C(s) = A_P = 12$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani a szelep erősítési tényezőjét, meg kell határoznunk, hogy mekkora a maximális térfogatáram, amit a szelep a beépítés helyén át tud engedni.

Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, a szivattyú által biztosított nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

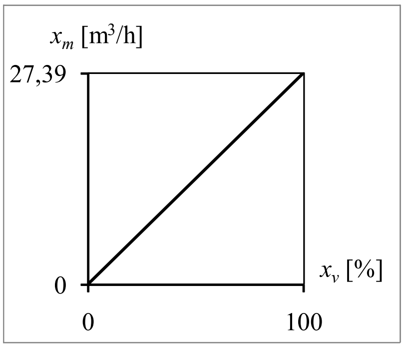
$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\mathrm{bar}} = \frac{\Delta p_{szivattyú}}{1\mathrm{bar}} = \frac{1{,}2\mathrm{bar}}{1\mathrm{bar}} = 1{,}2$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{max} = k_{v,max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{1{,}2}{1}} = 27{,}39\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 27,39 m^3/h között változhat.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző 0 m^3/h és 27,39 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{27{,}39\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}274\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{125\,\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 12 \cdot 0{,}274\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 2{,}43 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}35\,\frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 125\,\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 12 \cdot 0{,}274\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h} = 0{,}42\,\mathrm{min}$$

$$G^*(s) = \frac{\hat{h}(s)}{\hat{W}_{be}(s)} = \frac{A^*}{T^* \cdot s + 1} = \frac{2{,}43 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}}{7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h} \cdot s + 1}$$

b) Írja fel a szintváltozás időfüggvényét, ha a bejövő áram 15 m^3/h-ra csökken!

Stacionárius állapotban a térfogatáram 25 m^3/h, a folyadékszint 1 m.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 15\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = -10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{h}(i) = a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i) = h(0) + \hat{h}(i) = h(0) + a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i) = 1\mathrm{m} - 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 2{,}43 \cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}}}\right] = 1\mathrm{m} - 2{,}43 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}}}\right]$$

c) Írja fel a szintváltozás időfüggvényét, ha a bejövő áram 30 m^3/h-ra nő!

Stacionárius állapotban a térfogatáram 25 m^3/h, a folyadékszint 1 m.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 30\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{h}(i) = a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i) = h(0) + \hat{h}(i) = h(0) + a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i) = 1\mathrm{m} + 5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 2{,}43 \cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}}}\right] = 1\mathrm{m} + 1{,}22 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{h}}}\right]$$

Viszont az a) feladatban kiszámoltuk, hogy a szelep legfeljebb 27,39 m^3/h térfogatáramot tud átengedni. Azaz az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye nem írja le helyesen a szintváltozást, ugyanis 30 m^3/h esetén a folyadékszint fokozatosan emelkedni fog egészen addig, amíg a tartály meg nem telik.

(Megjegyzés: A b) feladat átmeneti függvénye alapján a folyadékszint a stacionárius állapottól legfeljebb 2,43 cm-rel csökken le, és ha a betáp áram nem nő a maximális térfogatáram fölé, amennyit a szelep képes átengedni, akkor pozitív irányban még kevesebb a folyadékszint lehetséges változása. Ez alapján nem követtünk el nagy hibát, amikor a folyadékfelszín felületét a stacionárius folyadékszintnél vettük figyelembe.)

3.8. feladat

Egy 2,5 m^2 keresztmetszetű, 2,5 m magas tartályban áramláskiegyenlítő szintszabályozást végzünk. A kimenő áramot egy szivattyú szállítja, amely a térfogatáramtól függetlenül 0,5 bar nyomáskülönbséget biztosít. A csővezeték rövid és vastag, ellenállása elhanyagolható. A kimenő vezetékbe egy $k_{v,max}$ = 12,5 m^3/h áteresztőképességű, lineáris alap átfolyási karakterisztikájú szelep van beépítve. A távadó méréshatára 2 m, úgy van beépítve, hogy a tartályban a szintet 0,25 m és 2,25 m között méri. Az alapjel úgy van beállítva, hogy 0,35 m-es folyadékszint esetén a szabályozószelep bezár. A folyadék víz.

a) Azt akarjuk, hogy ha a bemenő áram 8 m^3/h, a folyadékszint a tartályban 2,15 m legyen. Mekkorára állítsuk ehhez a P szabályozó erősítési tényezőjét?

b) Egy stacionárius esetben a bemenő áram 6 m^3/h. Írja fel a folyadékszint és a kimenő térfogatáram időfüggvényét, ha a bemenő térfogatáram ugrásszerűen

- 2 m^3/h-ra csökken,
- 10 m^3/h-ra növekszik!

Megoldás:

a) Azt akarjuk, hogy ha a bemenő áram 8 m^3/h, a folyadékszint a tartályban 2,15 m legyen. Mekkorára állítsuk ehhez a P szabályozó erősítési tényezőjét?

A feladatot hasonló módon kell megoldani, mint a korábbi feladatokat. A teljes szabályozókör átviteli függvényét kell felírni, amelyben a szabályozó erősítése ismeretlen lesz.

A szabályozókörben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s)=\frac{x_c(s)}{x_z(s)}=\frac{G_F(s)}{1+G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

$$G_F(s)=\frac{A_F}{s}$$

A folyamat erősítési tényezője:

$$A_F=\frac{1}{F}=\frac{1}{2{,}5\text{m}^2}=0{,}4\frac{1}{\text{m}^2}$$

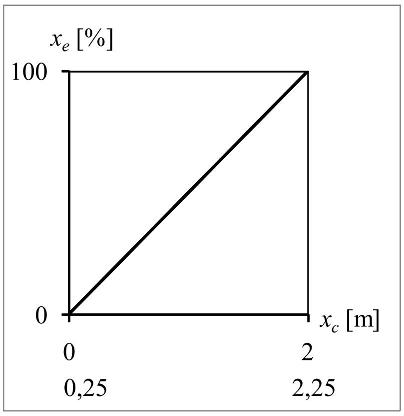
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s)=A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 2 m között változhat. (Ugyanarra az eredményre jutunk, ha a távadó beépítéséből következő 0,25 m és 2,25 m határokat használjuk.) Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{2\text{m} - 0\text{m}} = \frac{100\% - 0\%}{2{,}25\text{m} - 0{,}25\text{m}} = 50\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője ismeretlen.

$$G_C(s) = A_P$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani a szelep erősítési tényezőjét, meg kell határoznunk, hogy mekkora a maximális térfogatáram, amit a szelep a beépítés helyén át tud engedni.

Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, a szivattyú által biztosított nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

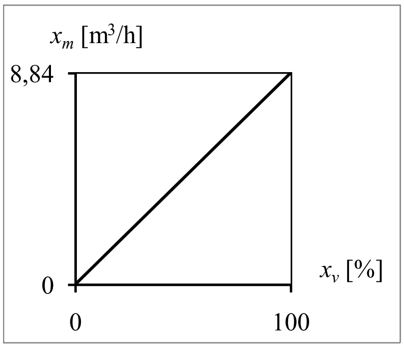
$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = \frac{\Delta p_{szivattyú}}{1\text{bar}} = \frac{0{,}5\text{bar}}{1\text{bar}} = 0{,}5$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{\max} = k_{v,\max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 12{,}5\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}5}{1}} = 8{,}84\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 8,84 m^3/h között változhat.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző 0 m^3/h és 8,84 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{8{,}84\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}088\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s}\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^*\cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{1}{50\,\frac{\%}{\mathrm{m}}\cdot A_P\cdot 0{,}088\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}227}{A_P}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}4\frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 50\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot A_P \cdot 0{,}088\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}568}{A_P}\mathrm{h}$$

Az alapjel beállítása alapján 0,35 m folyadékszinthez 0 m^3/h térfogatáram tartozik. Ezen állapothoz képest ugrászavarással érjük el a 8 m^3/h térfogatáram, 2,15 m folyadékszint állapotot.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 8\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 8\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0)$$

$$x_c(\infty) - x_c(0) = a \cdot A^*$$

$$2{,}15\mathrm{m} - 0{,}35\mathrm{m} = 8\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \frac{0{,}227}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$A_P = 1$$

Ilyen erősítés mellett a szabályozókör erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{0{,}227}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}227\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{0{,}568}{A_P}\mathrm{h} = 0{,}568\mathrm{h}$$

b) Egy stacionárius esetben a bemenő áram 6 m^3/h. Írja fel a folyadékszint és a kimenő térfogatáram időfüggvényét, ha a bemenő térfogatáram ugrásszerűen 2 m^3/h-ra csökken, illetve 10 m^3/h-ra növekszik!

Először meg kell határoznunk, hogy 6 m^3/h bemenő áramnál stacionárius esetben mekkora a folyadékszint.

Ezt úgy számoljuk ki, mintha a 0,35 m folyadékszint, 0 m^3/h térfogatáram stacionárius állapotban ugrászavarás érkezne a rendszerre.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = x_c(0) + a \cdot A^* = 0{,}35\text{m} + 6\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 0{,}227\frac{\text{m}}{\text{m}^3/\text{h}} = 1{,}71\text{m}$$

A továbbiakban ez lesz a kiindulási állapot.

Az a) feladatban meghatároztuk a zavarás (bemenő áram) és a szabályozott jellemző (folyadékszint) közötti átviteli függvényt.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{A^*}{T^* \cdot s + 1} = \frac{0{,}227\frac{\text{m}}{\text{m}^3/\text{h}}}{0{,}568\text{h} \cdot s + 1}$$

A kérdés megválaszolásához meg kell határoznunk a zavarás (bemenő áram) és a módosított jellemző (kimenő áram) közötti átviteli függvényt is.

$$G^*(s) = \frac{W_{ki}(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_m(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{1 + \frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{s + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{1}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1} = \frac{A'^*}{T'^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján ezen átviteli függvény erősítési tényezője és időállandója:

$$A'^* = 1$$

$$T'^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}4\frac{1}{\text{m}^2} \cdot 50\frac{\%}{\text{m}} \cdot 1 \cdot 0{,}088\frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%}} = 0{,}568\text{h}$$

2 m^3/h

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 2\frac{\text{m}^3}{\text{h}} - 6\frac{\text{m}^3}{\text{h}} = -4\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{h}(i) = a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i)=h(0)+\hat{h}(i)=h(0)+a\cdot A^{*}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T^{*}}}\right]=1{,}71\mathrm{m}-4\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\cdot 0{,}227\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568\mathrm{h}}}\right]$$

$$h(i)=1{,}71\mathrm{m}-0{,}9\mathrm{m}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568\mathrm{h}}}\right]$$

$$\hat{W}_{ki}(i)=a\cdot A'^{*}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right]$$

$$W_{ki}(i)=W_{ki}(0)+\hat{W}_{ki}(i)=W_{ki}(0)+a\cdot A'^{*}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right]=6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}-4\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\cdot 1\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568\mathrm{h}}}\right]$$

10 m^3/h

Az ugrászavarás nagysága:

$$a=x_z(\infty)-x_z(0)=10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}-6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}=4\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

$$h(i)=h(0)+a\cdot A^{*}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T^{*}}}\right]=1{,}71\mathrm{m}+4\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\cdot 0{,}227\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568h}}\right]$$

$$h(i)=1{,}71\mathrm{m}+0{,}9\mathrm{m}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568\mathrm{h}}}\right]$$

$$W_{ki}(i)=W_{ki}(0)+a\cdot A'^{*}\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right]=6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}+4\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}\cdot 1\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{0{,}568\mathrm{h}}}\right]$$

A folyadékszint időfüggvénye alapján elegendő idő múlva a folyadékszint (1,71 m + 0,9 m =) 2,61 m-re állna be. Viszont a távadó csak a 2,25 m-ig mér, és ilyen folyadékszintnél a szelep már teljesen nyitva van. Tehát 2,25 m folyadékszint elérése után a fenti képlet már nem érvényes, mert a folyadékszint lineárisan növekedni fog egészen addig, amíg meg nem telik a tartály. 2,25 m fölött a térfogatáram sem fog változni, mert ekkor a szelep már teljesen nyitva lesz (W_{max} = 8,84 m^3/h), és jobban nem tud nyitni.

3.9. feladat

Egy 2,5 m átmérőjű, álló hengeres tartályt áramláskiegyenlítésre használunk. A kimenő áramot szivattyú szállítja, mely a térfogatáramtól függetlenül 2 bar nyomáskülönbséget létesít. A csővezeték ellenállása elhanyagolható. A szabályozószelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris, $k_{v.max} = 12\ \mathrm{m^3/h}$. A távadó méréshatára 2,5 m, úgy van beállítva, hogy 1,5 m szint esetén az ellenőrző jel 50 %. Az alapjel úgy van beállítva, hogy 0,5 m szint esetén a szelep 10 %-ban van nyitva. A folyadék víz.

Azt akarjuk, hogy a 0,5 m – 2,5 m közötti szintváltozás a szelepállást 10 % és 90 % között változtassa.

a) Milyen erősítést állítsunk be ehhez a P szabályozón?

b) Egy stacionárius állapotban a szint 1,5 m. Mennyi az átfolyó áram ugyanakkor?

c) 1,5 m-es folyadékszintnél (stacionárius állapot) egy addig lezárt csövön

– 5 $\mathrm{m^3/h}$,

– 10 $\mathrm{m^3/h}$ áram indul meg.

Írja le a kimenő áram időfüggvényét a fenti két esetben!

Megoldás:

a) Milyen erősítést állítsunk be ehhez a P szabályozón?

A feladat megoldásához fel kell írni a teljes szabályozókör átviteli függvényét, amelyben a szabályozó erősítése ismeretlen lesz.

A szabályozókörben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{s}$$

A folyamat erősítési tényezője:

$$A_F = \frac{1}{F} = \frac{1}{\frac{D^2\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{(2{,}5\mathrm{m})^2\pi}{4}} = 0{,}2\frac{1}{\mathrm{m}^2}$$

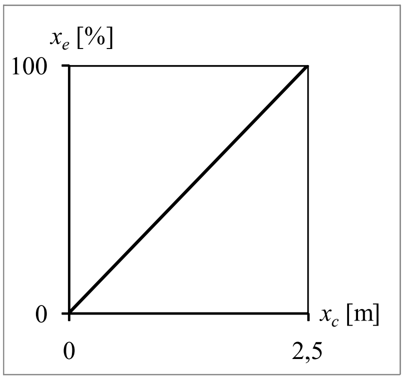
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 2,5 m között változhat. Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{2{,}5\text{m} - 0\text{m}} = 40\frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője ismeretlen.

$$G_C(s) = A_P$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani a szelep erősítési tényezőjét, meg kell határoznunk, hogy mekkora a maximális térfogatáram, amit a szelep a beépítés helyén át tud engedni.

Mivel a csővezeték áramlási ellenállása elhanyagolható, a szivattyú által biztosított nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

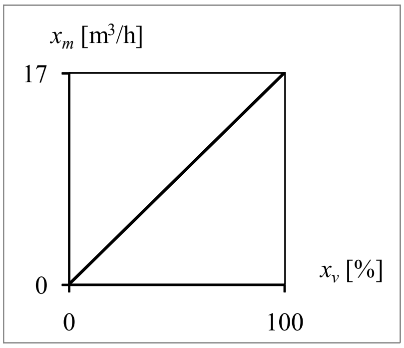
$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = \frac{\Delta p_{szivattyú}}{1\text{bar}} = \frac{2\text{bar}}{1\text{bar}} = 2$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{\max} = k_{v,\max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 12\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1}} = 17\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m³/h és 17 m³/h között változhat.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző 0 m³/h és 17 m³/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{17\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}17\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s)\cdot G_{TA}(s)\cdot G_C(s)\cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s}\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F\cdot A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}}\cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^*\cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA}\cdot A_P\cdot A_{BE}} = \frac{1}{40\,\frac{\%}{\mathrm{m}}\cdot A_P\cdot 0{,}17\,\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}147}{A_P}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}2\frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 40\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot A_P \cdot 0{,}17\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}735}{A_P}\mathrm{h}$$

A feladat szerint azt akarjuk, hogy a 0,5 m – 2,5 m közötti szintváltozás a szelepállást 10 % és 90 % között változtassa. Azaz a szabályozó erősítését meg tudjuk állapítani abból, hogy ha szelepállást 10 %-ról ugrásszerűen 90 %-ra növeljük, akkor a folyadékszintnek a 0,5 m-ről 2,5 m-re kell változni.

0,5 m-es folyadékszintnél a térfogatáram:

$$x_z(0) = 0{,}1 \cdot W_{\max} = 0{,}1 \cdot 17\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 1{,}7\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

2,5 m-es folyadékszintnél a térfogatáram:

$$x_z(\infty) = 0{,}9 \cdot W_{\max} = 0{,}9 \cdot 17\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 15{,}3\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 15{,}3\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 1{,}7\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 13{,}6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Ezen ugrászavarás hatására a folyadékszintnek 0,5 m-ről 2,5 m-re kell növekednie, azaz

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0) = 2{,}5\mathrm{m} - 0{,}5\mathrm{m} = 2\mathrm{m}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$2\mathrm{m} = 13{,}6\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \frac{0{,}147}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$A_P = 1$$

Ilyen erősítés mellett a szabályozókör erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{0{,}147}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}147\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{0{,}735}{A_P}\mathrm{h} = 0{,}735\mathrm{h}$$

b) Egy stacionárius állapotban a szint 1,5 m. Mennyi az átfolyó áram ugyanakkor?

A kérdés megválaszolásához úgy tekintjük, hogy a stacionárius állapotban, amikor a folyadékszint 0,5 m volt, ugrászavarás érkezett a rendszerre, amely hatására a folyadékszint 1,5 m-re növekedett. Kérdés, hogy ezt mekkora zavarás okozta?

A szabályozott jellemző maximális kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0) = 1{,}5\mathrm{m} - 0{,}5\mathrm{m} = 1\mathrm{m}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$1\text{m} = a \cdot 0{,}147 \frac{\text{m}}{\text{m}^3/\text{h}}$$

$$a = 6{,}8 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Tehát a stacionárius állapot 1,7 m^3/h-s térfogatáramára egy 6,8 m^3/h-s zavarás érkezett. Így a térfogatáram 1,5 m-es folyadékszint esetén:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0)$$

$$x_z(\infty) = a + x_z(0) = 6{,}8 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} + 1{,}7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 8{,}5 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

c) Egy addig lezárt csövön 5 m^3/h, illetve 10 m^3/h áram indul meg. Írja le a kimenő áram időfüggvényét a fenti két esetben!

Az a) feladatban levezetett átviteli függvény a zavarás (bejövő áram) és a szabályozott jellemző (folyadékszint) között írja le a kapcsolatot. A bejövő áram (zavarás) és a kimenő áram (módosított jellemző) között is fel kell írni az átviteli függvényt.

$$G^*(s) = \frac{W_{ki}(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_m(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{1 + \frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{s + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{1}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1} = \frac{A'^*}{T'^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján ezen átviteli függvény erősítési tényezője és időállandója:

$$A'^* = 1$$

$$T'^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}2 \frac{1}{\text{m}^2} \cdot 40 \frac{\%}{\text{m}} \cdot 1 \cdot 0{,}17 \frac{\text{m}^3/\text{h}}{\%}} = 0{,}735\text{h}$$

Mindkét esetben ugrászavarás éri a rendszert.

5 m^3/h

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = 5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{W}_{ki}(i) = a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right]$$

$$W_{ki}(i) = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(i) = W_{ki}(0) + a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right] = 8{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{0{,}735\mathrm{h}}}\right]$$

Azaz elegendő idő múlva a kimenő áram az alábbi értékre áll be:

$$W_{ki}(\infty) = W_{ki}(0) + a \cdot A'^{*} = 8{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1 = 13{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

10 m^3/h

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = 10\frac{m^3}{h}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$W_{ki}(i) = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(i) = W_{ki}(0) + a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right] = 8{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{0{,}735\mathrm{h}}}\right]$$

Azaz elegendő idő múlva a kimenő áram az alábbi értékre állna be:

$$W_{ki}(\infty) = W_{ki}(0) + a \cdot A'^{*} = 8{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1 = 18{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Viszont a szelep legfeljebb 17 m^3/h áramot tud átengedni. Tehát ha a kimenő áram eléri ezt az értéket, a tartályban a folyadékszint lineárisan kezd el emelkedni egészen addig, míg meg nem telik a tartály.

3.10. feladat

Egy 3 m átmérőjű, 3 m magas álló tartályt áramláskiegyenlítésre használunk. A kimenő áramot szivattyú szállítja, amely az áram nagyságától független, 0,5 bar nyomáskülönbséget biztosít. A kifolyó vezetékben egy $k_{v,max}$ = 75 m^3/h áteresztőképességű, lineáris alap átfolyási karakterisztikájú szabályozószelep van. A csővezeték ellenállása elhanyagolható. A távadó méréshatára 3 m, átfogja a tartály teljes magasságát. A szabályozó P szabályozó. A folyadék víz.

a) Azt akarjuk, hogy a szelep 0,3 m szintnél zárva, 2,7 m esetén teljesen nyitva legyen. Mekkora legyen a szabályozó erősítési tényezője?

b) Egy stacionárius esetben a befolyó áram 10 m^3/h. Mennyi lesz a szint a tartályban ekkor?

c) A fenti stacionárius állapotban egy addig lezárt csövön 5 perc alatt 10 m^3 víz folyik a tartályba. Írja le a szintváltozás időfüggvényét!

d) Írja le a kimenő áram változás időfüggvényét a c) pontban leírt zavarás esetén!

Megoldás:

a) Azt akarjuk, hogy a szelep 0,3 m szintnél zárva, 2,7 m esetén teljesen nyitva legyen. Mekkora legyen a szabályozó erősítési tényezője?

A feladat megoldásához fel kell írni a teljes szabályozókör átviteli függvényét, amelyben a szabályozó erősítése ismeretlen lesz.

A szabályozókörben a bemenő áram a zavarás, a folyadékszint pedig a szabályozott jellemző. Ez alapján az eredő átviteli függvény:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Az egyes tagok átviteli függvényét meg kell határozni, be kell helyettesíteni az eredő átviteli függvény képletébe, majd azt kezelhető formára kell hozni.

Folyamat

A folyamat egy kényszer kifolyású tartály, ami egy integráló taggal modellezhető.

$$G_F(s) = \frac{A_F}{s}$$

A folyamat erősítési tényezője:

$$A_F = \frac{1}{F} = \frac{1}{\frac{D^2 \pi}{4}} = \frac{1}{\frac{(3\text{m})^2 \pi}{4}} = 0{,}141 \frac{1}{\text{m}^2}$$

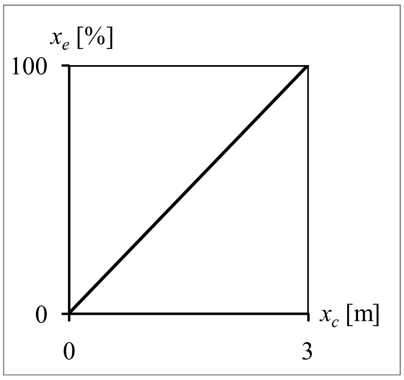
Távadó

A távadót egy arányos taggal modellezzük.

$$G_{TA}(s) = A_{TA}$$

A távadó erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A távadó a szabályozott jellemzőt alakítja át ellenőrző jellé. Mivel a távadót arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (szabályozott jellemző) és a kimenő jel (ellenőrző jel) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

A szabályozott jellemző a távadó méréshatára alapján 0 m és 3 m között változhat. Az ellenőrző jel 0 % és 100 % között változhat.



A távadó erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{TA} = \frac{100\% - 0\%}{3\text{m} - 0\text{m}} = 33{,}33 \frac{\%}{\text{m}}$$

Szabályozó

A szabályozó egy P szabályozó, amelynek erősítési tényezője ismeretlen.

$$G_C(s) = A_P$$

Beavatkozó szerv

A beavatkozó szerv egy szelep. A szelep alap átfolyási karakterisztikája lineáris. Mivel a kifolyócső áramlási ellenállása elhanyagolható, ezért a szelep üzemi átfolyási karakterisztikája megegyezik az alap átfolyási karakterisztikával, ami lineáris. Emiatt a beavatkozó szervet egy arányos taggal modellezünk.

$$G_{BE}(s) = A_{BE}$$

A beavatkozó szerv erősítési tényezőjét a feladatban megadott adatok alapján számítjuk ki. A beavatkozó szerv a végrehajtó jelet alakítja át módosított jellemzővé. Mivel a beavatkozó szervet arányos taggal modellezzük, a bemenő jel (végrehajtó jel) és a kimenő jel (módosított jellemző) között lineáris kapcsolat van. Ha ezt a kapcsolatot ábrázoljuk, akkor az így kapott egyenes meredeksége a távadó erősítési tényezője.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani a szelep erősítési tényezőjét, meg kell határoznunk, hogy mekkora a maximális térfogatáram, amit a szelep a beépítés helyén át tud engedni.

Mivel a kifolyócső áramlási ellenállása elhanyagolható, a szivattyú által biztosított nyomáskülönbség teljes egészében a szelep ellenállásának leküzdésére szolgál. Így számíthatjuk az ilyen nyomáskülönbségnél elérhető maximális térfogatáramot.

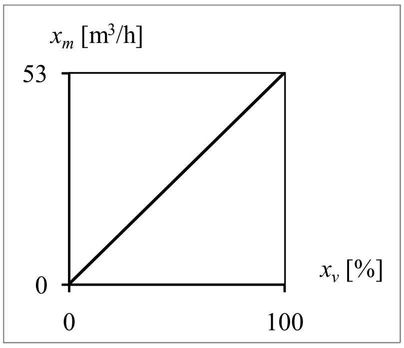
$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\text{bar}} = \frac{\Delta p_{szivattyú}}{1\text{bar}} = \frac{0{,}5\text{bar}}{1\text{bar}} = 0{,}5$$

Számítható ekkora szelepen történő nyomásesésnél a maximális térfogatáram. (Mivel a folyadék víz, $\rho_{rel} = 1$.)

$$W_{\max} = k_{v,\max} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}} = 75 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \sqrt{\frac{0{,}5}{1}} = 53 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Tehát a bemenő áram 0 m^3/h és 53 m^3/h között változhat.

A végrehajtó jel 0 % és 100 % között változhat. A módosított jellemző 0 m^3/h és 53 m^3/h között változhat.



A beavatkozó szerv erősítési tényezője az egyenes meredeksége:

$$A_{BE} = \frac{53 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}}{100\% - 0\%} = 0{,}53 \frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}$$

Eredő átviteli függvény

Az eredő átviteli függvényt át kell alakítani kezelhető alakra.

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s}}{1 + \frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F}{s + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{\frac{1}{A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1} = \frac{A^*}{T^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján a szabályozókör úgy viselkedik, mint egy elsőrendű folyamat, melynek erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{1}{A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{33{,}33 \frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot A_P \cdot 0{,}53 \frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}0566}{A_P} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}141\frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 33{,}33\frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot A_P \cdot 0{,}53\frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = \frac{0{,}4}{A_P}\mathrm{h}$$

A feladat szerint azt akarjuk, hogy a 0,3 m – 2,7 m közötti szintváltozás a szelepállást 0 % és 100 % között változtassa. Azaz a szabályozó erősítését meg tudjuk állapítani abból, hogy ha szelepállást 0 %-ról ugrásszerűen 100 %-ra növeljük, akkor a folyadékszintnek a 0,3 m-ről 2,7 m-re kell változni.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 53\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 53\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Ezen ugrászavarás hatására a folyadékszintnek 0,3 m-ről 2,7 m-re kell növekednie, azaz

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0) = 2{,}7\mathrm{m} - 0{,}3\mathrm{m} = 2{,}4\mathrm{m}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$2{,}4\mathrm{m} = 53\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \frac{0{,}0566}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$A_P = 1{,}25$$

Ilyen erősítés mellett a szabályozókör erősítési tényezője és időállandója:

$$A^* = \frac{0{,}0566}{A_P}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}045\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}$$

$$T^* = \frac{0{,}4}{A_P}\mathrm{h} = 0{,}32\mathrm{h}$$

b) Egy stacionárius esetben a befolyó áram 10 m^3/h. Mennyi lesz a szint a tartályban ekkor?

A kérdés megválaszolásához úgy tekintjük, hogy a stacionárius állapotban, amikor a folyadékszint 0,3 m, a térfogatáram 0 m^3/h volt, 10 m^3/h-s ugrászavarás érkezett a rendszerre.

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = x_z(\infty) - x_z(0) = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 0\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

A szabályozókör elsőrendű folyamatként viselkedik. Ugrászavarás hatására a szabályozott jellemző legnagyobb kitérése:

$$\hat{x}_c(\infty) = a \cdot A^*$$

$$x_c(\infty) = x_c(0) + \hat{x}_c(\infty) = x_c(0) + a \cdot A^* = 0{,}3\mathrm{m} + 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 0{,}045\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = 0{,}75\mathrm{m}$$

c) A fenti stacionárius állapotban egy addig lezárt csövön 5 perc alatt 10 m^3 víz folyik a tartályba. Írja le a szintváltozás időfüggvényét!

A zavarást lehet ugrászavarásnak tekinteni, ami 5 perc után megszűnik, azaz az 5. percben egy negatív ugrászavarás éri a rendszert. A másik lehetőség, hogy a zavarást egy elnyújtott impulzuszavarásnak tekintjük.

Ugrászavarás

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = \frac{V}{t} = \frac{10\text{m}^3}{5\text{min}} = 2\frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 120\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{y} = a \cdot A \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T}}\right]$$

$$\hat{h}(i) = a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right]$$

$$h(i) = h(0) + \hat{h}(i) = h(0) + a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T^*}}\right] = 0{,}75\text{m} + 120\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 0{,}045\frac{\text{m}}{\text{m}^3/\text{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{\text{i}}{0{,}32\text{h}}}\right]$$

$$h(i) = 0{,}75\text{m} + 5{,}4\text{m} \cdot \left[1 - e^{-\frac{\text{i}}{0{,}32\text{h}}}\right]$$

Ez az összefüggés viszont csak abban az 5 percben igaz, amikor az ugrászavarás még él.

Az 5. percben a folyadékszint:

$$h(5\,\text{min}) = 0{,}75\text{m} + 5{,}4\text{m} \cdot \left[1 - e^{-\frac{0{,}083\text{h}}{0{,}32\text{h}}}\right] = 2\text{m}$$

Ebben az állapotban az eddigi plusz áram megszűnik, azaz egy negatív ugrászavarás éri a rendszert. Elegendő idő elteltével a folyadékszint az eredeti stacionárius állapotbeli értékre, azaz 0,75 m-re áll vissza.

$$\hat{x}_c(\infty) = x_c(\infty) - x_c(0) = 0{,}75\text{m} - 2\text{m} = -1{,}25\text{m}$$

Ez alapján a folyadékszint változása az 5. perctől:

$$\hat{h}(i') = a \cdot A^* \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T^*}}\right] = \hat{h}(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T^*}}\right]$$

$$h(i') = h(0) + \hat{h}(i') = h(0) + \hat{h}(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T^*}}\right] = 0{,}75\text{m} - 1{,}25\text{m} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{0{,}32\text{h}}}\right]$$

(Megjegyzés: A fenti képletben az időt *i'*-vel jelöltük, hogy egyértelműsítsük, hogy ezt az időt a negatív ugrászavarástól, azaz az eredeti ugrászavarás megszűnésétől, kell számítani.)

Impulzuszavarás

Az impulzuszavarás nagysága:

$$a = 10\,\mathrm{m}^3$$

Az elsőrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{h}(i) = \frac{a \cdot A^*}{T^*} \cdot e^{-\frac{i}{T^*}}$$

$$h(i) = h(0) + \hat{h}(i) = h(0) + \frac{a \cdot A^*}{T^*} \cdot e^{-\frac{i}{T^*}} = 0{,}75\,\mathrm{m} + \frac{10\,\mathrm{m}^3 \cdot 0{,}045 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}}{0{,}32\,\mathrm{h}} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}32\,\mathrm{h}}}$$

$$h(i) = 0{,}75\,\mathrm{m} + 1{,}41\,\mathrm{m} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}32\,\mathrm{h}}}$$

(Megjegyzés: Mivel az 5 perc időtartam elég hosszú egy impulzuszavarásnak, ezért valószínű, hogy az ugrászavarás alapján felírt átmeneti függvények által leírt időbeli függvény közelebb áll a valósághoz.)

d) Írja le a kimenő áram változás időfüggvényét a c) pontban leírt zavarás esetén!

Az a) feladatban levezetett átviteli függvény a zavarás (bejövő áram) és a szabályozott jellemző (folyadékszint) között írja le a kapcsolatot. A bejövő áram (zavarás) és a kimenő áram (módosított jellemző) között is fel kell írni az átviteli függvényt.

$$G^*(s) = \frac{W_{ki}(s)}{W_{be}(s)} = \frac{x_m(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)} = \frac{\frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{1 + \frac{A_F}{s} \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}$$

$$G^*(s) = \frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{s + A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{\frac{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}}}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1}$$

$$G^*(s) = \frac{1}{\frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} \cdot s + 1} = \frac{A'^*}{T'^* \cdot s + 1}$$

Ez alapján ezen átviteli függvény erősítési tényezője és időállandója:

$$A'^* = 1$$

$$T'^* = \frac{1}{A_F \cdot A_{TA} \cdot A_P \cdot A_{BE}} = \frac{1}{0{,}141 \frac{1}{\mathrm{m}^2} \cdot 33{,}33 \frac{\%}{\mathrm{m}} \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}53 \frac{\mathrm{m}^3/\mathrm{h}}{\%}} = 0{,}32\,\mathrm{h}$$

Ugrászavarás

Az ugrászavarás nagysága:

$$a = 120 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Az elsőrendű folyamat átmeneti függvénye:

$$\hat{W}_{ki}(i) = a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right]$$

$$W_{ki}(i) = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(i) = W_{ki}(0) + a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{T'^{*}}}\right] = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 120\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot 1 \cdot \left[1 - e^{-\frac{i}{0{,}32\mathrm{h}}}\right]$$

Ez az összefüggés viszont csak abban az 5 percben igaz, amikor az ugrászavarás még él.

Az 5. percben a folyadékszint:

$$W_{ki}(5\,\mathrm{min}) = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 120\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{0{,}083\mathrm{h}}{0{,}32\mathrm{h}}}\right] = 37{,}42\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Ebben az állapotban az eddigi plusz áram megszűnik, azaz egy negatív ugrászavarás éri a rendszert. Elegendő idő elteltével a kimenő áram az eredeti stacionárius állapotbeli értékre, azaz 10 m^3/h-ra áll vissza.

$$\hat{x}_m(\infty) = x_m(\infty) - x_m(0) = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 37{,}42\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} = -27{,}42\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

Ez alapján a folyadékszint változása az 5. perctől:

$$\hat{W}_{ki}(i') = a \cdot A'^{*} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T'^{*}}}\right] = \hat{W}_{ki}(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T'^{*}}}\right]$$

$$W_{ki}(i') = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(i') = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(\infty) \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{T'^{*}}}\right] = 37{,}5\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} - 27{,}42\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{i'}{0{,}32\mathrm{h}}}\right]$$

(Megjegyzés: A fenti képletben az időt *i'*-vel jelöltük, hogy egyértelműsítsük, hogy ezt az időt a negatív ugrászavarástól, azaz az eredeti ugrászavarás megszűnésétől, kell számítani.)

Impulzuszavarás

Az impulzuszavarás nagysága:

$$a = 10\mathrm{m}^3$$

Az elsőrendű folyamat súlyfüggvénye:

$$\hat{W}_{ki}(i) = \frac{a \cdot A'^{*}}{T'^{*}} \cdot e^{-\frac{i}{T'^{*}}}$$

$$W_{ki}(i) = W_{ki}(0) + \hat{W}_{ki}(i) = W_{ki}(0) + \frac{a \cdot A'^{*}}{T'^{*}} \cdot e^{-\frac{i}{T'^{*}}} = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + \frac{10\mathrm{m}^3 \cdot 1}{0{,}32\mathrm{h}} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}32\mathrm{h}}}$$

$$W_{ki}(i) = 10\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} + 31{,}25\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}} \cdot e^{-\frac{i}{0{,}32\mathrm{h}}}$$

4. FREKVENCIAFÜGGVÉNYEK

4.1. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{0{,}6 \cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}}{(12\,\mathrm{min}\cdot s + 1)^3}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki egy PI szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

c) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

$$G(s) = \frac{0{,}6 \cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}}{(12\,\mathrm{min}\cdot s + 1)^3} = 0{,}6 \cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s} \cdot \frac{1}{(12\,\mathrm{min}\cdot s + 1)^3}$$

Ez a függvény megfelel egy holtidős tag és három olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s) = A_H \cdot e^{-T_H \cdot s} \frac{A}{(T \cdot s + 1)^n}$$

Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és fáziskésés a következőképpen számíthatók. Külön számítjuk a holtidős tag és a harmadrendű tag értékeit. A sorba kötött elemek amplitúdóviszonyait össze kell szorozni, a fáziskéséseit pedig össze kell adni:

$$|G(j\omega)|_1 = A_H = 0{,}6$$

$$\varphi_1 = -57{,}3° \cdot T_H \cdot \omega = -57{,}3° \cdot 3\,\mathrm{min}\cdot \omega = -171{,}9°\,\mathrm{min}\cdot \omega$$

$$|G(j\omega)|_2 = \frac{A}{\left(\sqrt{T^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^n} = \frac{1}{\left(\sqrt{(12\,\mathrm{min})^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^3} = \frac{1}{\left(\sqrt{144\,\mathrm{min}^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^3}$$

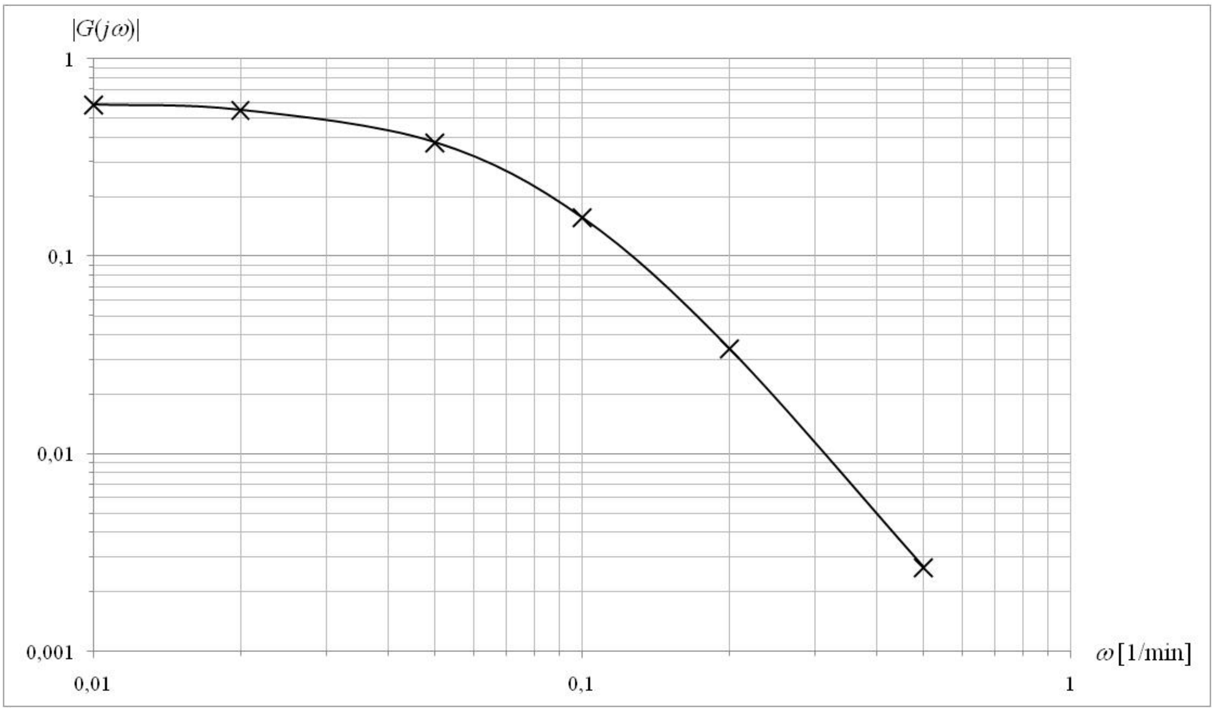
$$\varphi_2 = n \cdot \mathrm{arctg}(-T \cdot \omega) = 3 \cdot \mathrm{arctg}(-12\,\mathrm{min}\cdot \omega)$$

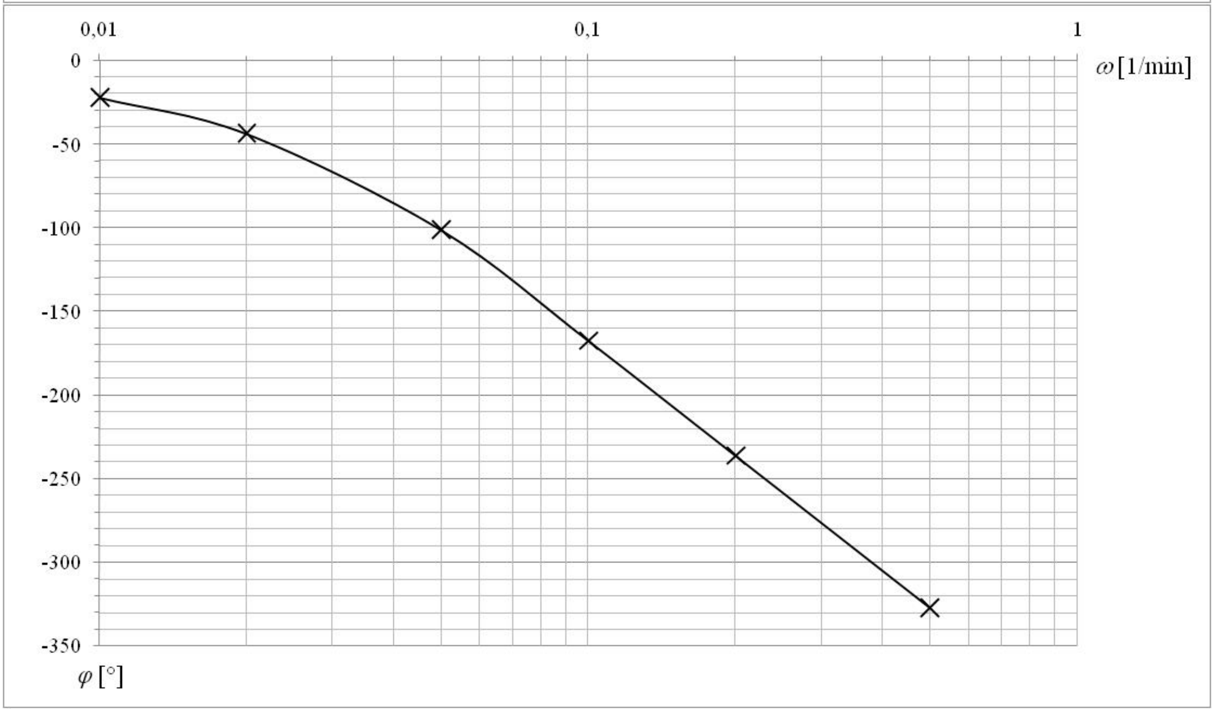
$$|G(j\omega)| = |G(j\omega)|_1 \cdot |G(j\omega)|_2$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,11
$\lvert G(j\omega)\rvert_1$ [–]	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
φ_1 [°]	-1,72	-3,44	-8,60	-17,19	-34,38	-85,95	-18,91
$\lvert G(j\omega)\rvert_2$ [–]	0,979	0,919	0,631	0,262	0,057	$4{,}44\cdot10^{-3}$	0,220
φ_2 [°]	-20,53	-40,49	-92,89	-150,58	-202,14	-241,61	-158,56
$\lvert G(j\omega)\rvert$ [–]	0,587	0,551	0,379	0,157	0,034	$2{,}66\cdot10^{-3}$	0,132
φ [°]	-22,25	-43,93	-101,49	-167,77	-236,52	-327,56	-177,47





b) Számítsa ki egy PI szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

A PI szabályozó erősítésének megállapításához szükséges a kritikus erősítési tényező és kritikus időállandó megállapítása. A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}11$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}132} = 7{,}58$$

$$T_{kr} = \frac{2\pi}{\omega_{kr}} = \frac{2\pi}{0{,}11\frac{1}{\min}} = 57{,}12\,\min$$

A Ziegler-Nichols táblázat alapján a PI szabályozón beállítandó értékek:

$$A_P = 0{,}45 \cdot A_{P,kr} = 0{,}45 \cdot 7{,}58 = 3{,}41$$

$$T_I = \frac{T_{kr}}{1{,}2} = \frac{57{,}12\,\min}{1{,}2} = 47{,}6\,\min$$

c) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

A felnyitott kör a szakasz és a szabályozó sorba kapcsolásával jön létre.

A szakasz amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}157 \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{PI} = A_P \cdot \sqrt{1+\frac{1}{\omega^2 T_I^2}}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PI,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 3{,}41 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{\left(0{,}1\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (47{,}6\,\min)^2}} = 3{,}48$$

A felnyitott kör amplitúdóviszonya a szakasz és a szabályozó amplitúdóviszonyainak szorzata.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right| \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PI}$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = \left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PI,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}157 \cdot 3{,}48 = 0{,}55$$

A szakasz fáziskésése $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = -167{,}77° \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{PI} = \mathrm{arctg}\left(-\frac{1}{\omega T_I}\right)$$

$$\varphi_{PI,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \mathrm{arctg}\left(-\frac{1}{0{,}1\frac{1}{\min}\cdot 47{,}6\,\min}\right) = -11{,}85°$$

A felnyitott kör fáziskésése a szakasz és a szabályozó fáziskéséseinek összege.

$$\varphi^{*} = \varphi + \varphi_{PI}$$

$$\varphi^{*}_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \varphi_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} + \varphi_{PI,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = -167{,}77° - 11{,}85° = -179{,}62°$$

4.2. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$G(s) = 0{,}5 \cdot e^{-4\min \cdot s} \frac{1}{(15\min \cdot s + 1)^3}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

c) Számítsa ki egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

$$G(s) = 0{,}5 \cdot e^{-4\min \cdot s} \frac{1}{(15\min \cdot s + 1)^3}$$

Ez a függvény megfelel egy holtidős tag és három olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s) = A_H \cdot e^{-T_H \cdot s} \frac{A}{(T \cdot s + 1)^n}$$

Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és fáziskésés a következőképpen számíthatók. Külön számítjuk a holtidős tag és a harmadrendű tag értékeit. A sorba kötött elemek amplitúdóviszonyait össze kell szorozni, a fáziskéséseit pedig össze kell adni:

$$|G(j\omega)|_1 = A_H = 0{,}5$$

$$\varphi_1 = -57{,}3° \cdot T_H \cdot \omega = -57{,}3° \cdot 4\min \cdot \omega = -229{,}2° \min \cdot \omega$$

$$|G(j\omega)|_2 = \frac{A}{\left(\sqrt{T^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^n} = \frac{1}{\left(\sqrt{(15\min)^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^3} = \frac{1}{\left(\sqrt{225\min^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^3}$$

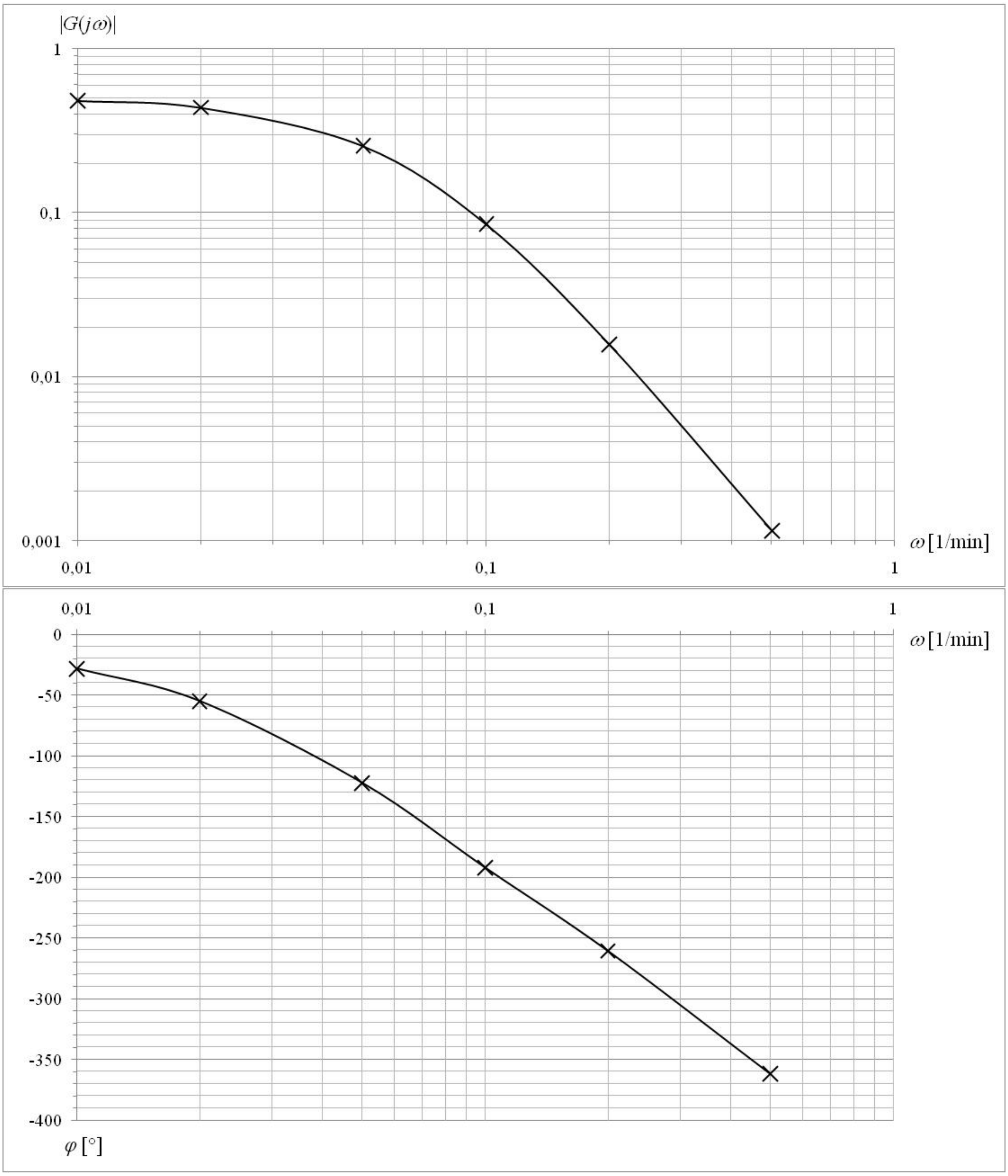
$$\varphi_2 = n \cdot \mathrm{arctg}(-T \cdot \omega) = 3 \cdot \mathrm{arctg}(-15\min \cdot \omega)$$

$$|G(j\omega)| = |G(j\omega)|_1 \cdot |G(j\omega)|_2$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,09
$\left\|G(j\omega)\right\|_1$ [–]	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
φ_1 [°]	-2,29	-4,58	-11,46	-22,92	-45,84	-114,60	-20,63
$\left\|G(j\omega)\right\|_2$ [–]	0,967	0,879	0,512	0,171	0,032	$2{,}31\cdot10^{-3}$	0,211
φ_2 [°]	-25,59	-50,10	-110,61	-168,93	-214,70	-247,22	-160,41
$\left\|G(j\omega)\right\|$ [–]	0,484	0,440	0,256	0,086	0,016	$1{,}16\cdot10^{-3}$	0,106
φ [°]	-27,88	-54,68	-122,07	-191,85	-260,54	-361,82	-181,04



b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}09$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}106} = 9{,}43$$

$$T_{kr} = \frac{2\pi}{\omega_{kr}} = \frac{2\pi}{0{,}09\frac{1}{\min}} = 69{,}81\,\min$$

c) Adja meg egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

A Ziegler-Nichols táblázat alapján:

$$A_P = 0{,}6 \cdot A_{P,kr} = 0{,}6 \cdot 9{,}43 = 5{,}66$$

$$T_I = 0{,}5 \cdot T_{kr} = 0{,}5 \cdot 69{,}81\,\min = 34{,}91\,\min$$

$$T_D = \frac{T_{kr}}{8} = \frac{69{,}81\,\min}{8} = 8{,}73\,\min$$

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

A felnyitott kör a szakasz és a szabályozó sorba kapcsolásával jön létre.

A szakasz amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}086 \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID} = A_P \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega^2 T_I^2} - 2\frac{T_D}{T_I} + \omega^2 T_D^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 5{,}66 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\left(0{,}1\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (34{,}91\,\min)^2} - 2\frac{8{,}73\,\min}{34{,}91\,\min} + \left(0{,}1\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (8{,}73\,\min)^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 6{,}56$$

A felnyitott kör amplitúdóviszonya a szakasz és a szabályozó amplitúdóviszonyainak szorzata.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right| \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PID}$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = \left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}086 \cdot 6{,}56 = 0{,}56$$

A szakasz fáziskésése $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} = -191{,}85° \text{ (táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{PID} = \operatorname{arctg}\left(\omega T_D - \frac{1}{\omega T_I}\right)$$

$$\varphi_{PID,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \operatorname{arctg}\left(0{,}1\frac{1}{\min}\cdot 8{,}73\,\min - \frac{1}{0{,}1\frac{1}{\min}\cdot 34{,}91\,\min}\right) = 30{,}39°$$

A felnyitott kör fáziskésése a szakasz és a szabályozó fáziskéséseinek összege.

$$\varphi^* = \varphi + \varphi_{PID}$$

$$\varphi^*_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \varphi_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} + \varphi_{PID,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = -191{,}85° + 30{,}39° = -161{,}46°$$

4.3. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{0{,}5 \cdot (37{,}5\,\text{min} \cdot s + 1{,}5)}{(25\,\text{min} \cdot s + 1)^5}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki egy PI szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

c) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}05$ 1/min!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

Először a megadott átviteli függvényt kell egyszerűbb alakra hozni.

$$G(s) = \frac{0{,}5 \cdot (37{,}5\,\text{min} \cdot s + 1{,}5)}{(25\,\text{min} \cdot s + 1)^5} = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot (25\,\text{min} \cdot s + 1)}{(25\,\text{min} \cdot s + 1)^5} = \frac{0{,}75}{(25\,\text{min} \cdot s + 1)^4}$$

Ez a függvény megfelel négy olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s) = \frac{A}{(T \cdot s + 1)^4}$$

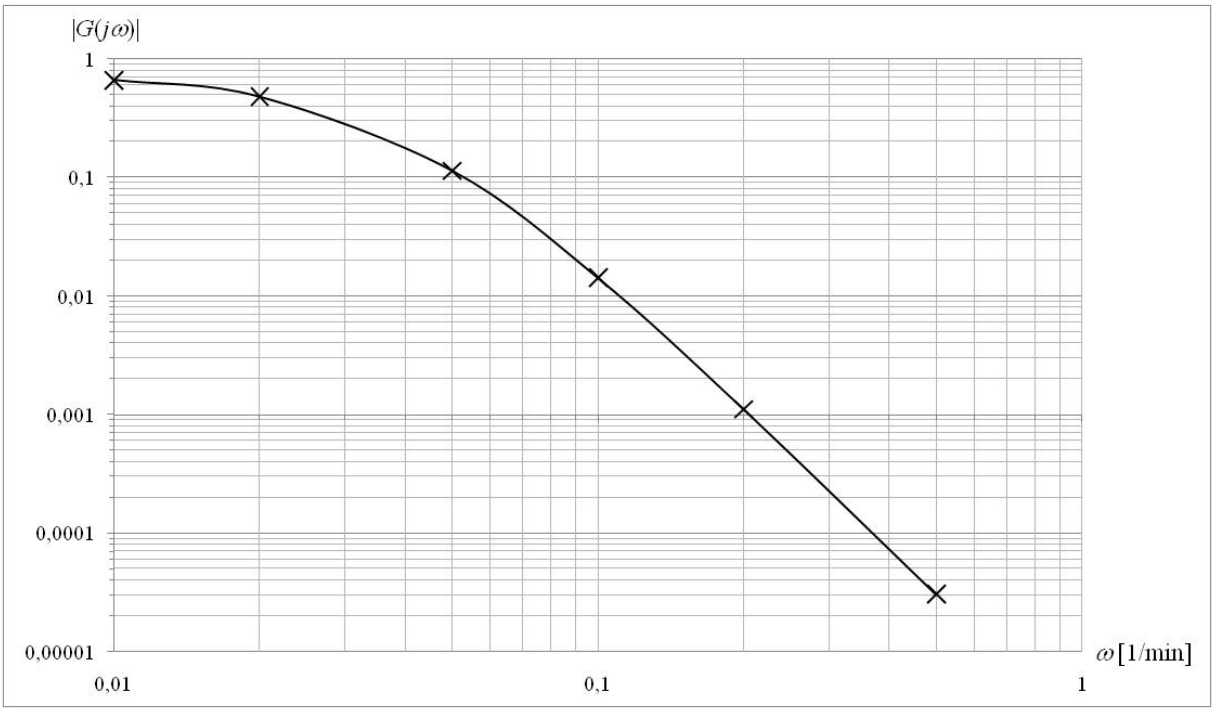
Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és fáziskésés a következőképpen számíthatók:

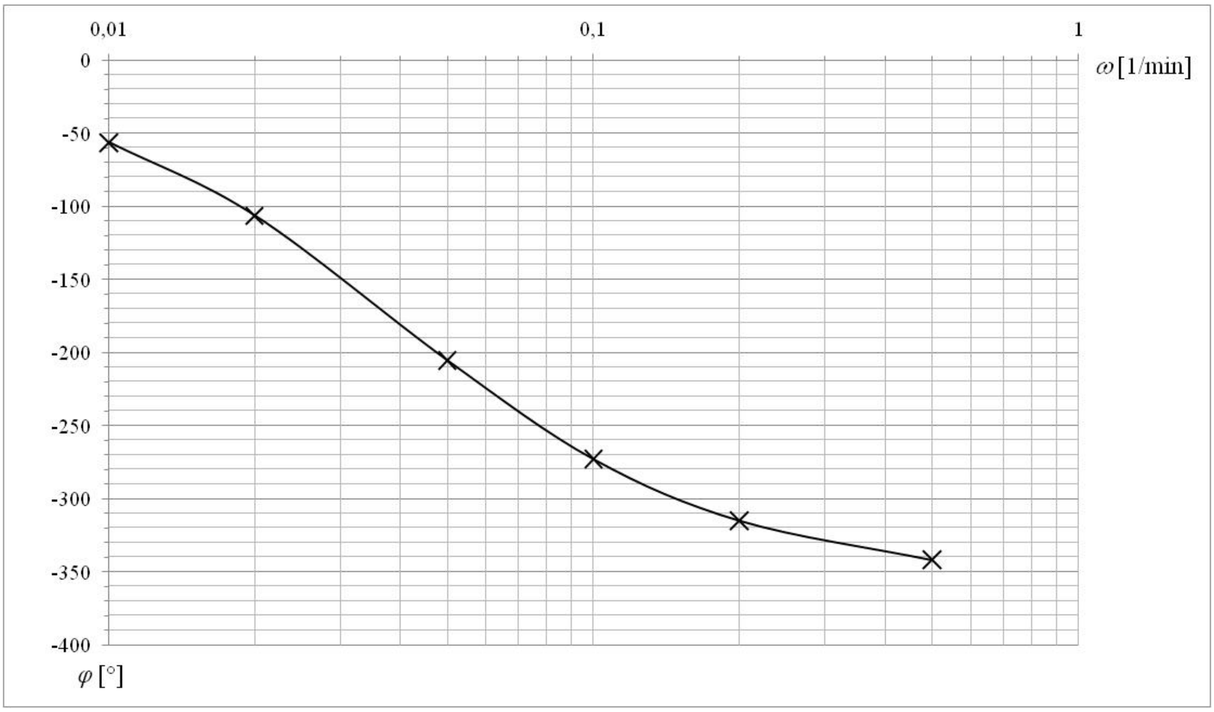
$$|G(j\omega)| = \frac{A}{\left(\sqrt{T^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^n} = \frac{0{,}75}{\left(\sqrt{(25\,\text{min})^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^4} = \frac{0{,}75}{\left(\sqrt{625\,\text{min}^2 \cdot \omega^2 + 1}\right)^4}$$

$$\varphi = n \cdot \text{arctg}(-T \cdot \omega) = 4 \cdot \text{arctg}(-25\,\text{min} \cdot \omega)$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,04
$\lvert G(j\omega)\rvert$ [–]	0,664	0,480	0,114	0,014	$1{,}11 \cdot 10^{-3}$	$3{,}03 \cdot 10^{-3}$	0,188
φ [°]	-56,14	-106,26	-205,36	-272,79	-314,76	-341,70	-180,00





b) Számítsa ki egy PI szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

A PI szabályozó erősítésének megállapításához szükséges a kritikus erősítési tényező és kritikus időállandó megállapítása. A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}04$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}188} = 5{,}32$$

$$T_{kr} = \frac{2\pi}{\omega_{kr}} = \frac{2\pi}{0{,}04\frac{1}{\min}} = 157{,}08\,\min$$

A Ziegler-Nichols táblázat alapján a PI szabályozón beállítandó értékek:

$$A_P = 0{,}45 \cdot A_{P,kr} = 0{,}45 \cdot 5{,}32 = 2{,}39$$

$$T_I = \frac{T_{kr}}{1{,}2} = \frac{157{,}08\,\min}{1{,}2} = 130{,}9\,\min$$

c) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}05$ 1/min!

A felnyitott kör a szakasz és a szabályozó sorba kapcsolásával jön létre.

A szakasz amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = 0{,}114 \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{PI} = A_P \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_I^2}}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PI,\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = 2{,}39 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\left(0{,}05\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (130{,}9\,\min)^2}} = 2{,}42$$

A felnyitott kör amplitúdóviszonya a szakasz és a szabályozó amplitúdóviszonyainak szorzata.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right| \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PI}$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|_{\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = \left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PI,\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = 0{,}114 \cdot 2{,}42 = 0{,}28$$

A szakasz fáziskésése $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\varphi_{\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = -205{,}36° \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\varphi_{PI} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\omega T_I}\right)$$

$$\varphi_{PI,\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{0{,}05\frac{1}{\min} \cdot 130{,}9\,\min}\right) = -8{,}69°$$

A felnyitott kör fáziskésése a szakasz és a szabályozó fáziskéséseinek összege.

$$\varphi^* = \varphi + \varphi_{PI}$$

$$\varphi^*_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} = \varphi_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} + \varphi_{PI,\omega=0,05\frac{1}{\min}} = -205{,}36° - 8{,}69° = -214{,}05°$$

4.4. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$G(s)=\frac{0{,}4\cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}\cdot(25\,\mathrm{min}\cdot s+1{,}25)}{(20\,\mathrm{min}\cdot s+1)^4}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

c) Számítsa ki egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}05$ 1/min!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

Először a megadott átviteli függvényt kell egyszerűbb alakra hozni.

$$G(s)=\frac{0{,}4\cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}\cdot(25\,\mathrm{min}\cdot s+1{,}25)}{(20\,\mathrm{min}\cdot s+1)^4}=0{,}4\cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}\,\frac{1{,}25\cdot(20\,\mathrm{min}\cdot s+1)}{(20\,\mathrm{min}\cdot s+1)^4}$$

$$G(s)=0{,}5\cdot e^{-3\,\mathrm{min}\cdot s}\,\frac{1}{(20\,\mathrm{min}\cdot s+1)^3}$$

Ez a függvény megfelel egy holtidős tag és három olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s)=A_H\cdot e^{-T_H\cdot s}\,\frac{A}{(T\cdot s+1)^n}$$

Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és fáziskésés a következőképpen számíthatók. Külön számítjuk a holtidős tag és a harmadrendű tag értékeit. A sorba kötött elemek amplitúdóviszonyait össze kell szorozni, a fáziskéséseit pedig össze kell adni:

$$|G(j\omega)|_1=A_H=0{,}5$$

$$\varphi_1=-57{,}3°\cdot T_H\cdot\omega=-57{,}3°\cdot 3\,\mathrm{min}\cdot\omega=-171{,}9°\,\mathrm{min}\cdot\omega$$

$$|G(j\omega)|_2=\frac{A}{\left(\sqrt{T^2\cdot\omega^2+1}\right)^n}=\frac{1}{\left(\sqrt{(20\,\mathrm{min})^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}=\frac{1}{\left(\sqrt{400\,\mathrm{min}^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}$$

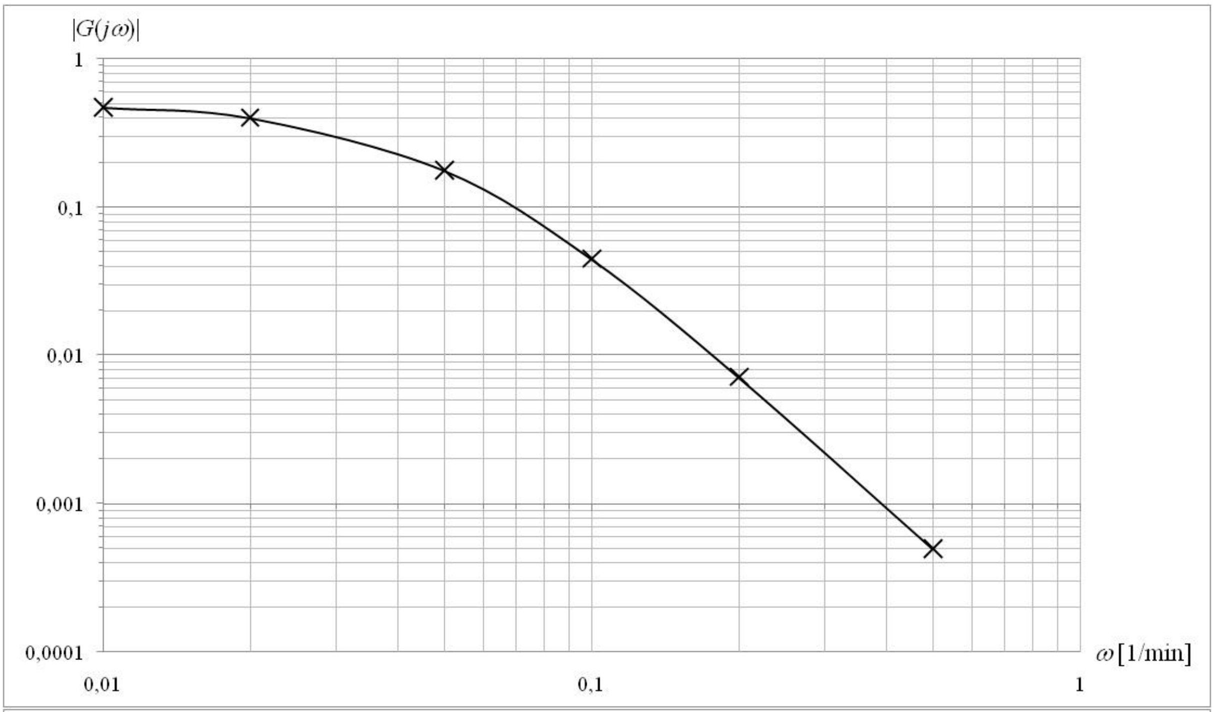
$$\varphi_2=n\cdot\mathrm{arctg}(-T\cdot\omega)=3\cdot\mathrm{arctg}(-20\,\mathrm{min}\cdot\omega)$$

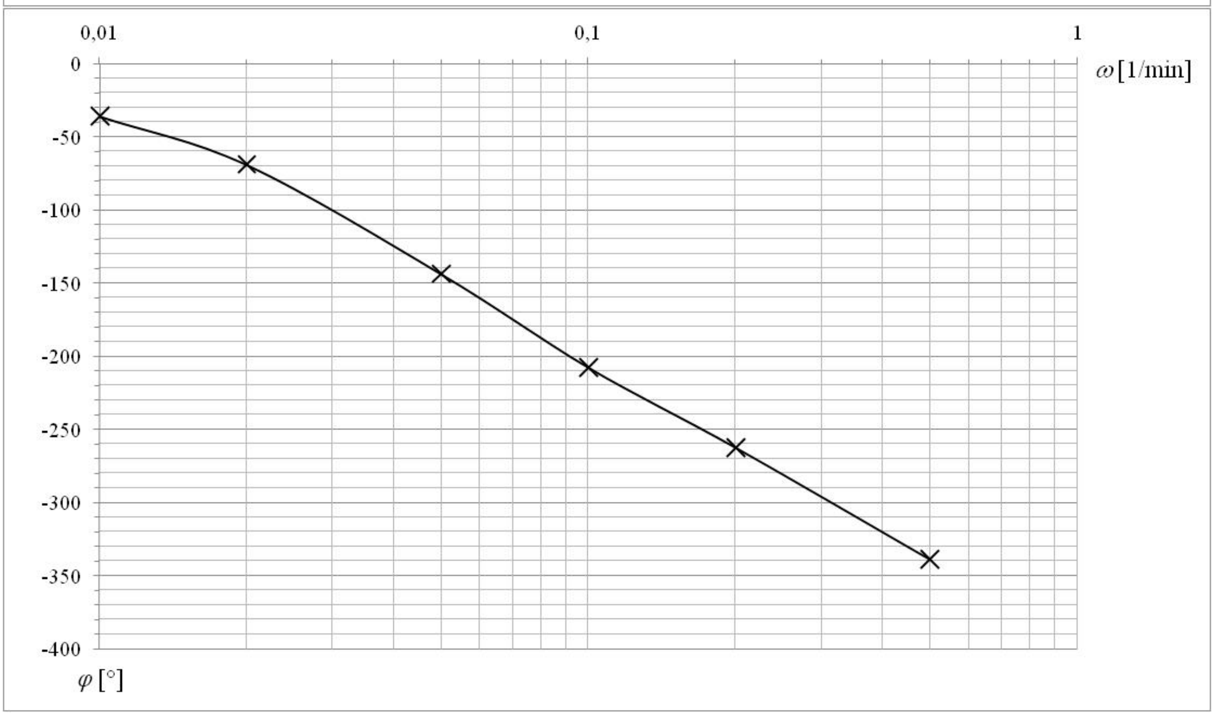
$$|G(j\omega)|=|G(j\omega)|_1\cdot|G(j\omega)|_2$$

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,075
$\lvert G(j\omega)\rvert_1$ [–]	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
φ_1 [°]	-1,72	-3,44	-8,60	-17,19	-34,38	-85,95	-12,89
$\lvert G(j\omega)\rvert_2$ [–]	0,943	0,800	0,354	0,089	0,014	$9{,}85\cdot10^{-4}$	0,171
φ_2 [°]	-33,93	-65,40	-135,00	-190,30	-227,89	-252,87	-168,93
$\lvert G(j\omega)\rvert$ [–]	0,472	0,400	0,177	0,045	0,007	$4{,}93\cdot10^{-4}$	0,086
φ [°]	-35,65	-68,84	-143,60	-207,49	-262,27	-338,82	-181,82





b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}075$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}086} = 11{,}63$$

$$T_{kr} = \frac{2\pi}{\omega_{kr}} = \frac{2\pi}{0{,}075\frac{1}{\min}} = 83{,}78\,\min$$

c) Adja meg egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

A Ziegler-Nichols táblázat alapján:

$$A_P = 0{,}6\cdot A_{P,kr} = 0{,}6\cdot 11{,}63 = 6{,}98$$

$$T_I = 0{,}5\cdot T_{kr} = 0{,}5\cdot 83{,}78\,\min = 41{,}89\,\min$$

$$T_D = \frac{T_{kr}}{8} = \frac{83{,}78\,\min}{8} = 10{,}47\,\min$$

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}05$ 1/min!

A felnyitott kör a szakasz és a szabályozó sorba kapcsolásával jön létre.

A szakasz amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = 0{,}177 \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}05$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID} = A_P\cdot\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega^2 T_I^2} - 2\frac{T_D}{T_I} + \omega^2 T_D^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} =$$

$$= 6{,}98\cdot\sqrt{1+\left(\frac{1}{\left(0{,}05\frac{1}{\min}\right)^2\cdot(41{,}89\,\min)^2} - 2\frac{10{,}47\,\min}{41{,}89\,\min} + \left(0{,}05\frac{1}{\min}\right)^2\cdot(10{,}47\,\min)^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}05\frac{1}{\min}} = 7$$

A felnyitott kör amplitúdóviszonya a szakasz és a szabályozó amplitúdóviszonyainak szorzata.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right|\cdot\left|G(j\omega)\right|_{PID}$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} = \left|G(j\omega)\right|_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0,05\frac{1}{\min}} = 0,177 \cdot 7 = 1,24$$

A szakasz fáziskésése $\omega = 0,05$ 1/min esetében:

$$\varphi_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} = -143,6° \text{ (táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0,05$ 1/min esetében:

$$\varphi_{PID} = \mathrm{arctg}\left(\omega T_D - \frac{1}{\omega T_I}\right)$$

$$\varphi_{PID,\omega=0,05\frac{1}{\min}} = \mathrm{arctg}\left(0,05\frac{1}{\min}\cdot 10,47\,\min - \frac{1}{0,05\frac{1}{\min}\cdot 41,89\,\min}\right) = 2,64°$$

A felnyitott kör fáziskésése a szakasz és a szabályozó fáziskéséseinek összege.

$$\varphi^* = \varphi + \varphi_{PID}$$

$$\varphi^*_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} = \varphi_{\omega=0,05\frac{1}{\min}} + \varphi_{PID,\omega=0,05\frac{1}{\min}} = -143,6° + 2,64° = -140,96°$$

4.5. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$G(s)=\frac{2{,}25\cdot(7{,}5\,\mathrm{min}\cdot s+0{,}5)}{(12\,\mathrm{min}\cdot s+1)^3\cdot(22{,}5\,\mathrm{min}\cdot s+1{,}5)}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

c) Adja meg egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

Először a megadott átviteli függvényt kell egyszerűbb alakra hozni.

$$G(s)=\frac{2{,}25\cdot(7{,}5\,\mathrm{min}\cdot s+0{,}5)}{(12\,\mathrm{min}\cdot s+1)^3\cdot(22{,}5\,\mathrm{min}\cdot s+1{,}5)}=\frac{2{,}25\cdot0{,}5\cdot(15\,\mathrm{min}\cdot s+1)}{(12\,\mathrm{min}\cdot s+1)^3\cdot1{,}5\cdot(15\,\mathrm{min}\cdot s+1)}$$

$$G(s)=\frac{0{,}75}{(12\,\mathrm{min}\cdot s+1)^3}$$

Ez a függvény megfelel három olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s)=\frac{A}{(T\cdot s+1)^3}$$

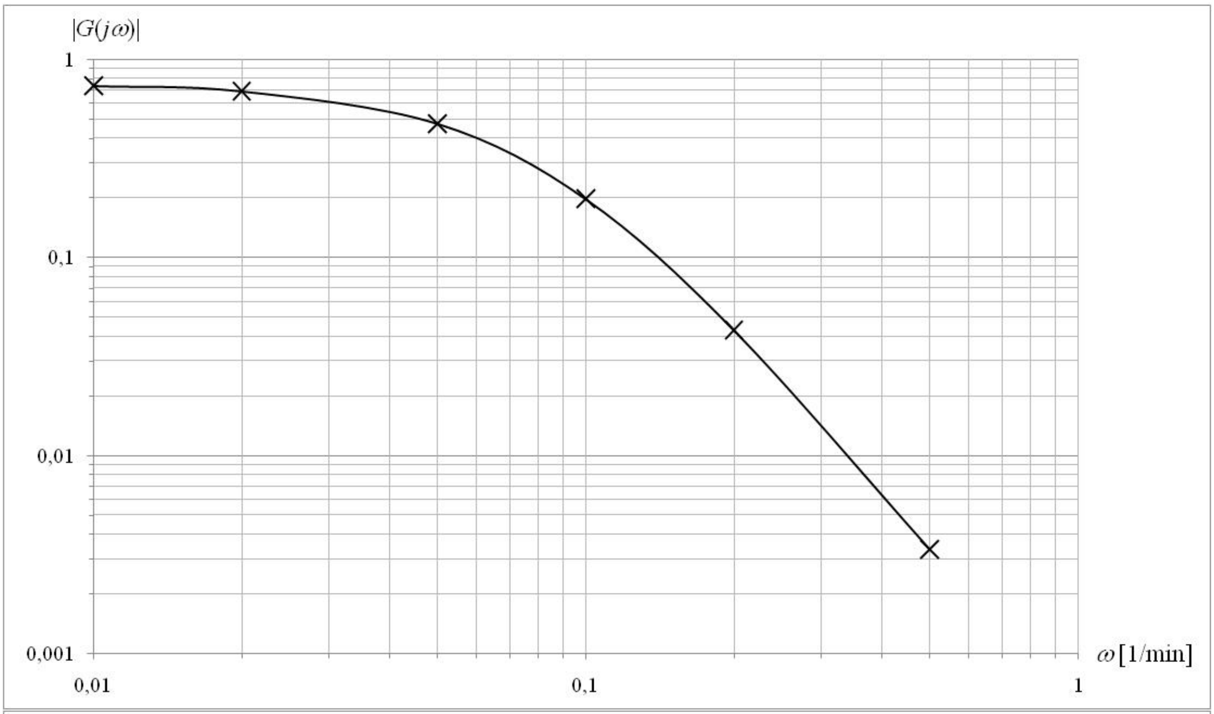
Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és a fáziskésés a következőképpen számíthatók:

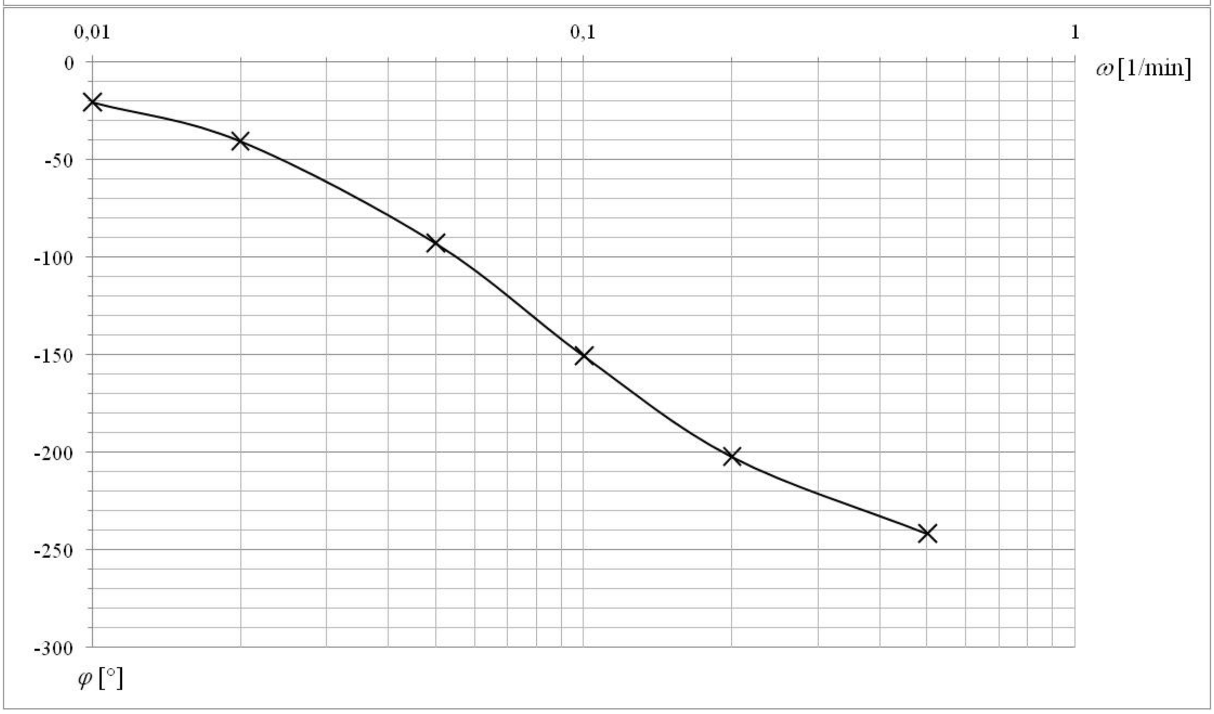
$$|G(j\omega)|=\frac{A}{\left(\sqrt{T^2\cdot\omega^2+1}\right)^n}=\frac{0{,}75}{\left(\sqrt{(12\,\mathrm{min})^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}=\frac{0{,}75}{\left(\sqrt{144\,\mathrm{min}^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}$$

$$\varphi=n\cdot\mathrm{arctg}(-T\cdot\omega)=3\cdot\mathrm{arctg}(-12\,\mathrm{min}\cdot\omega)$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,14
$\lvert G(j\omega)\rvert$ [–]	0,73	0,69	0,47	0,20	0,04	$3{,}33\cdot10^{-3}$	0,10
φ [°]	-20,53	-40,49	-92,89	-150,58	-202,14	-241,61	-177,71





b) Számítsa ki a kör kritikus paramétereit!

A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}14$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}10} = 10$$

$$T_{kr} = \frac{2\pi}{\omega_{kr}} = \frac{2\pi}{0{,}14\frac{1}{\min}} = 44{,}88\,\min$$

c) Adja meg egy PID szabályozó paramétereit, amelyet a Ziegler-Nichols táblázat szerint illesztett a szakaszhoz!

A Ziegler-Nichols táblázat alapján:

$$A_P = 0{,}6 \cdot A_{P,kr} = 0{,}6 \cdot 10 = 6$$

$$T_I = 0{,}5 \cdot T_{kr} = 0{,}5 \cdot 44{,}88\,\min = 22{,}44\,\min$$

$$T_D = \frac{T_{kr}}{8} = \frac{44{,}88\,\min}{8} = 5{,}61\,\min$$

d) Számítsa ki a felnyitott kör frekvenciafüggvényének egy pontját (amplitúdóviszony és fáziskésés), ha $\omega = 0{,}1$ 1/min!

A felnyitott kör a szakasz és a szabályozó sorba kapcsolásával jön létre.

A szakasz amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}2 \text{ (táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID} = A_P \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega^2 T_I^2} - 2\frac{T_D}{T_I} + \omega^2 T_D^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 6{,}38 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\left(0{,}1\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (22{,}44\,\min)^2} - 2\frac{5{,}61\,\min}{22{,}44\,\min} + \left(0{,}1\frac{1}{\min}\right)^2 \cdot (5{,}61\,\min)^2\right)}$$

$$\left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 6{,}42$$

A felnyitott kör amplitúdóviszonya a szakasz és a szabályozó amplitúdóviszonyainak szorzata.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right| \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PID}$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = \left|G(j\omega)\right|_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{PID,\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = 0{,}2 \cdot 6{,}42 = 1{,}28$$

A szakasz fáziskésése $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{\omega=0{,}1\frac{1}{\min}} = -150{,}58° \qquad \text{(táblázatból)}$$

A szabályozó amplitúdóviszonya $\omega = 0{,}1$ 1/min esetében:

$$\varphi_{PID} = \operatorname{arctg}\left(\omega T_D - \frac{1}{\omega T_I}\right)$$

$$\varphi_{PID,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \mathrm{arctg}\left(0,1\frac{1}{\min}\cdot 5,61\,\min - \frac{1}{0,1\frac{1}{\min}\cdot 22,88\,\min}\right) = 7,07°$$

A felnyitott kör fáziskésése a szakasz és a szabályozó fáziskéséseinek összege.

$$\varphi^* = \varphi + \varphi_{PID}$$

$$\varphi^*_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} = \varphi_{\omega=0,1\frac{1}{\min}} + \varphi_{PID,\omega=0,1\frac{1}{\min}} = -150,58° + 7,07° = -143,51°$$

4.6. feladat

Egy szabályozókörben a szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$G(s)=e^{-6\min\cdot s}\frac{(15\min\cdot s+0{,}75)}{(20\min\cdot s+1)^3\cdot(30\min\cdot s+1{,}5)}$$

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

b) Számítsa ki a fenti szakaszhoz Ziegler-Nichols szerint illesztett P szabályozó erősítési tényezőjét!

c) Számítsa ki a kör fázistartalékát!

d) Számítsa ki a kör erősítési tartalékát!

Megoldás:

a) Számítsa ki a szakasz frekvenciafüggvényét, és ábrázolja Bode diagramon!

Először a megadott átviteli függvényt kell egyszerűbb alakra hozni.

$$G(s)=e^{-6\min\cdot s}\frac{(15\min\cdot s+0{,}75)}{(20\min\cdot s+1)^3\cdot(30\min\cdot s+1{,}5)}=e^{-6\min\cdot s}\frac{0{,}75\cdot(20\min\cdot s+1)}{(20\min\cdot s+1)^3\cdot 1{,}5\cdot(20\min\cdot s+1)}$$

$$G(s)=e^{-6\min\cdot s}\frac{0{,}5}{(20\min\cdot s+1)^3}$$

Ez a függvény megfelel egy holtidős tag és három olyan elsőrendű tag sorba kötésével kapott szakasznak, amelyben a tagok időállandói azonosak:

$$G(s)=A_H\cdot e^{-T_H\cdot s}\frac{A}{(T\cdot s+1)^n}$$

Egy így kapott szakasz frekvenciafüggvényében az amplitúdóviszony és fáziskésés a következőképpen számíthatók. Külön számítjuk a holtidős tag és a harmadrendű tag értékeit. A sorba kötött elemek amplitúdóviszonyait össze kell szorozni, a fáziskéséseit pedig össze kell adni:

$$|G(j\omega)|_1=A_H=1$$

$$\varphi_1=-57{,}3°\cdot T_H\cdot\omega=-57{,}3°\cdot 6\min\cdot\omega=-343{,}8°\min\cdot\omega$$

$$|G(j\omega)|_2=\frac{A}{\left(\sqrt{T^2\cdot\omega^2+1}\right)^n}=\frac{0{,}5}{\left(\sqrt{(20\min)^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}=\frac{0{,}5}{\left(\sqrt{400\min^2\cdot\omega^2+1}\right)^3}$$

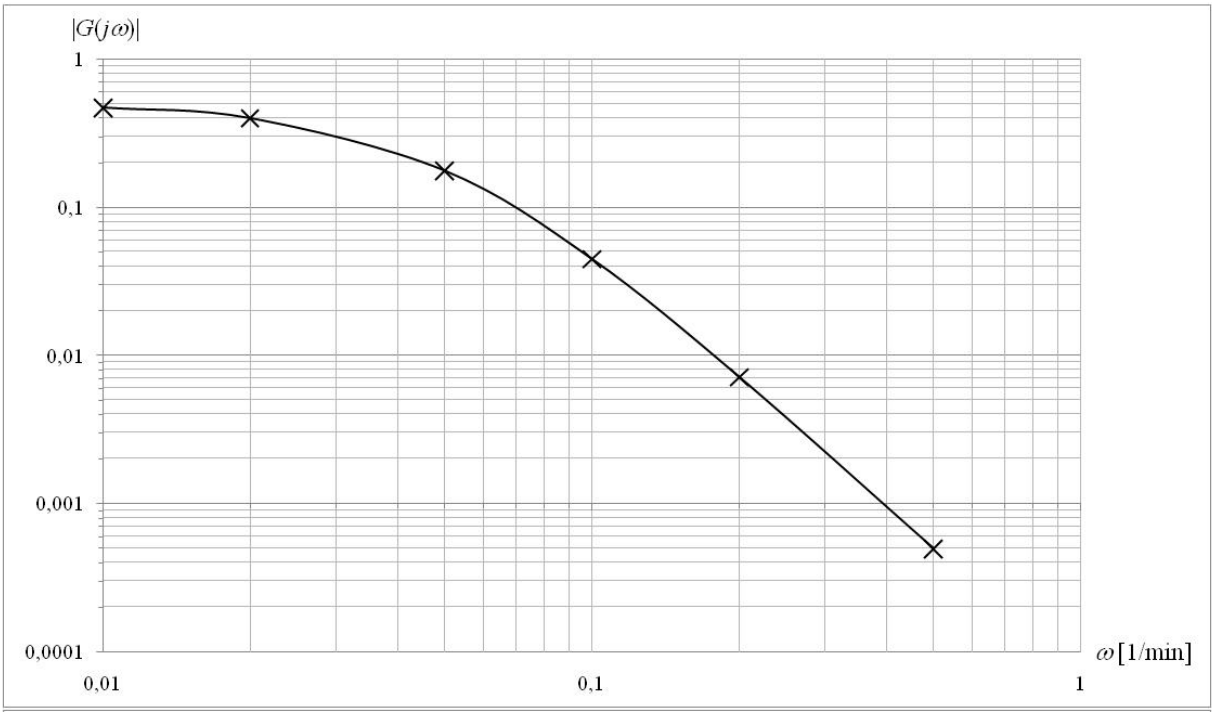
$$\varphi_2=n\cdot\mathrm{arctg}(-T\cdot\omega)=3\cdot\mathrm{arctg}(-20\min\cdot\omega)$$

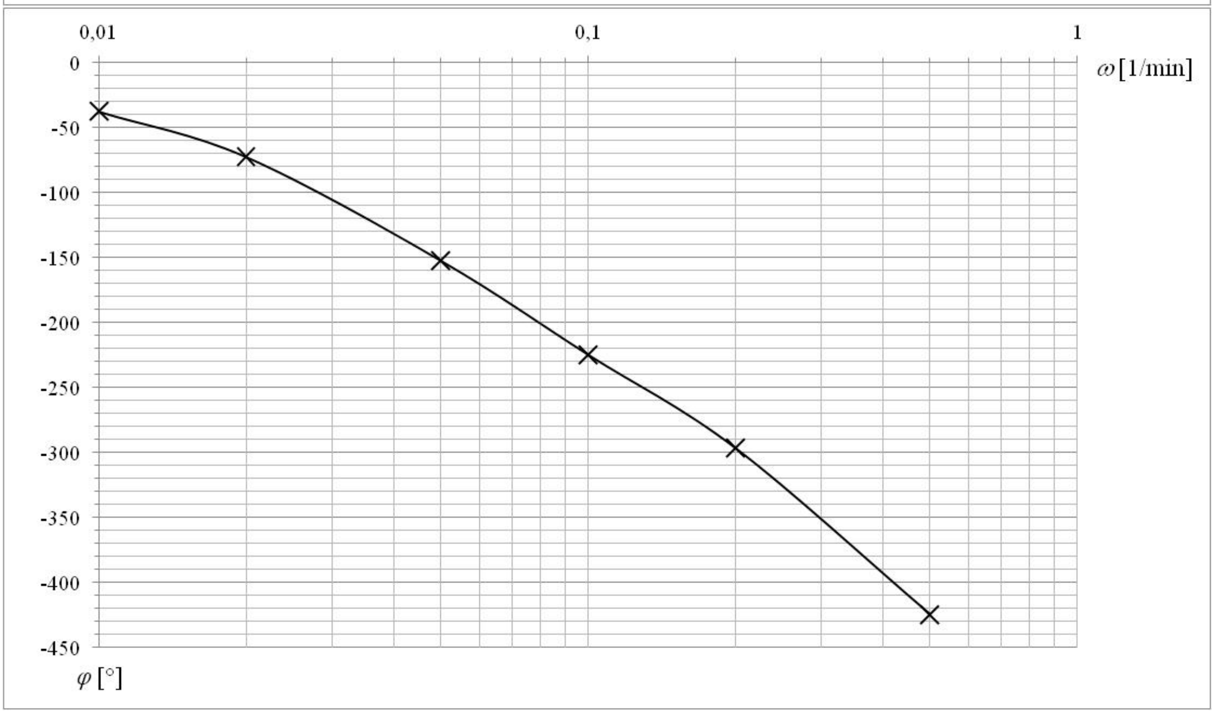
$$|G(j\omega)|=|G(j\omega)|_1\cdot|G(j\omega)|_2$$

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2$$

Ezeket az értékeket különböző körfrekvenciára kiszámítva és diagramban ábrázolva megkapjuk a szakasz frekvenciafüggvényét.

ω [1/min]	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,065	0,04
$\lvert G(j\omega)\rvert_1$ [–]	1	1	1	1	1	1	1	1
φ_1 [°]	-3,44	-6,88	-17,19	-34,38	-68,76	-171,90	-22,35	-13,75
$\lvert G(j\omega)\rvert_2$ [–]	0,471	0,400	0,177	0,045	$7{,}13\cdot10^{-3}$	$4{,}93\cdot10^{-4}$	0,113	0,238
φ_2 [°]	-33,93	-65,40	-135,00	-190,30	-227,89	-252,87	-157,29	-115,98
$\lvert G(j\omega)\rvert$ [–]	0,471	0,400	0,177	0,045	$7{,}13\cdot10^{-3}$	$4{,}93\cdot10^{-4}$	0,113	0,238
φ [°]	-37,37	-72,28	-152,19	-224,68	-296,65	-424,77	-179,64	-129,73





b) Számítsa ki a fenti szakaszhoz Ziegler-Nichols szerint illesztett P szabályozó erősítési tényezőjét!

A P szabályozó erősítésének megállapításához szükséges a kritikus erősítési tényező megállapítása. A kritikus értékek azon körfrekvenciához tartoznak, amelynél a fáziskésés 180°. A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}065$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk.

$$A_{P,kr} = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_{kr}} = \frac{1}{0{,}113} = 8{,}85$$

A Ziegler-Nichols táblázat alapján a P szabályozón beállítandó erősítés:

$$A_P = 0{,}5 \cdot A_{P,kr} = 0{,}5 \cdot 8{,}85 = 4{,}42$$

c) Számítsa ki a kör fázistartalékát!

A fázistartalék azt mondja meg, hogy a felnyitott kör 1-es amplitúdóviszonyához tartozó fáziskésés hány fokkal kisebb a 180°-os kritikus értéknél.

A felnyitott kör magában foglalja a szakaszt és a szabályozót is. Tehát azt a körfrekvenciát keressük, ahol a felnyitott kör amplitúdóviszonya 1.

$$\left|G^*(j\omega)\right| = \left|G(j\omega)\right| \cdot \left|G(j\omega)\right|_P = 1$$

A P szabályozó amplitúdóviszonya minden körfrekvencián az erősítésével egyenlő.

$$\left|G(j\omega)\right|_P = A_P = 4{,}42$$

Ezek alapján meg tudjuk mondani, hogy azt a körfrekvenciát keressük, ahol a szakasz amplitúdóviszonya az alábbi értékkel egyenlő:

$$\left|G(j\omega)\right| = \frac{1}{\left|G(j\omega)\right|_P} = \frac{1}{4{,}42} = 0{,}23$$

A diagramról leolvasható, illetve kevés próbálkozással pontosan meghatározható, hogy az ehhez az értékhez tartozó körfrekvencia $\omega = 0{,}04$ 1/min. Az ezen körfrekvenciához tartozó értékeket az a) feladat táblázatában kiszámítottuk. Ezen a körfrekvencián a szakasz fáziskésése $\varphi = -129{,}73°$. Mivel a P szabályozó egy arányos tagnak felel meg, aminek nincs időbeli késése, ez a fáziskésés megfelel a felnyitott kör fáziskésésének is.

Ez alapján számítható a fázistartalék:

$$\varphi_t = -129{,}73° - (-180°) = 50{,}27°$$

d) Számítsa ki a kör erősítési tartalékát!

Az erősítési tartalék a felnyitott kör amplitúdóviszonya a fáziskésés 180°-os kritikus értékénél.

A felnyitott kör magában foglalja a szakaszt és a szabályozót is. Tehát a felnyitott kör amplitúdóviszonyát keressük a kritikus körfrekvenciánál.

A b) pontban már megállapítottuk, hogy a kritikus körfrekvencia $\omega_{kr} = 0{,}065$ 1/min.

A szakasz amplitúdóviszonya ω_{kr} = 0,065 1/min értéknél:

$$\left|G(j\omega)\right|_{kr} = 0{,}113$$

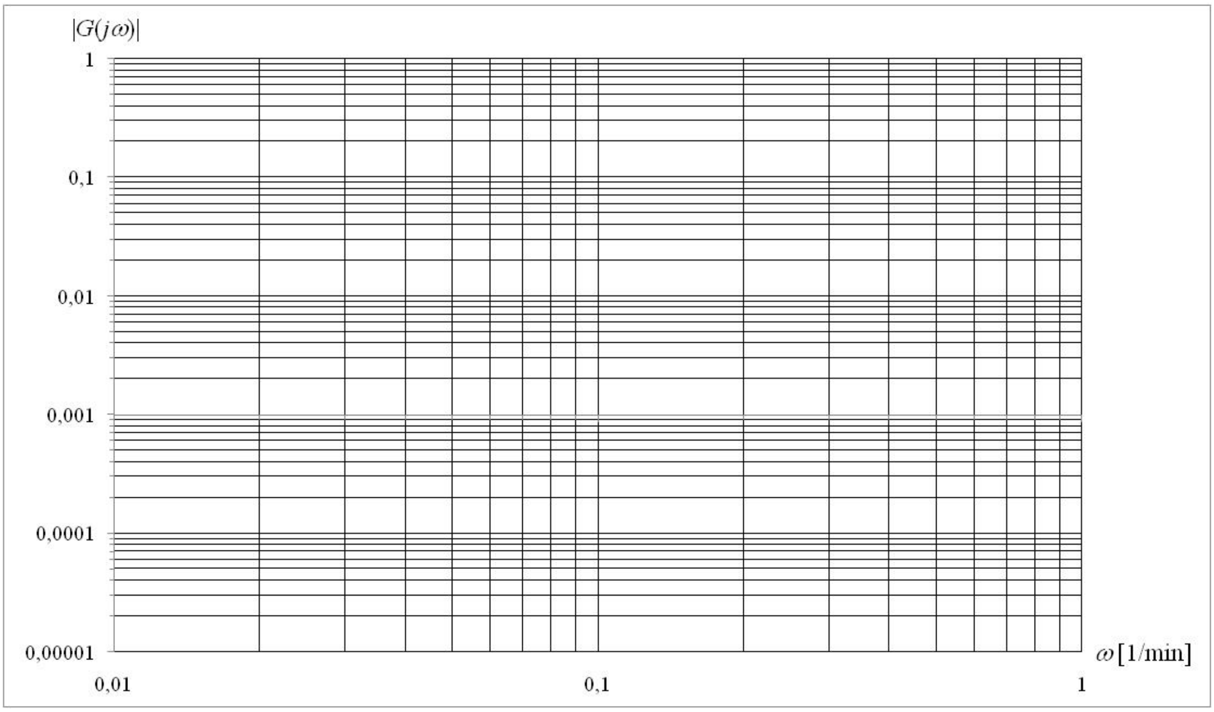
A P szabályozó amplitúdóviszonya minden körfrekvencián az erősítésével egyenlő.

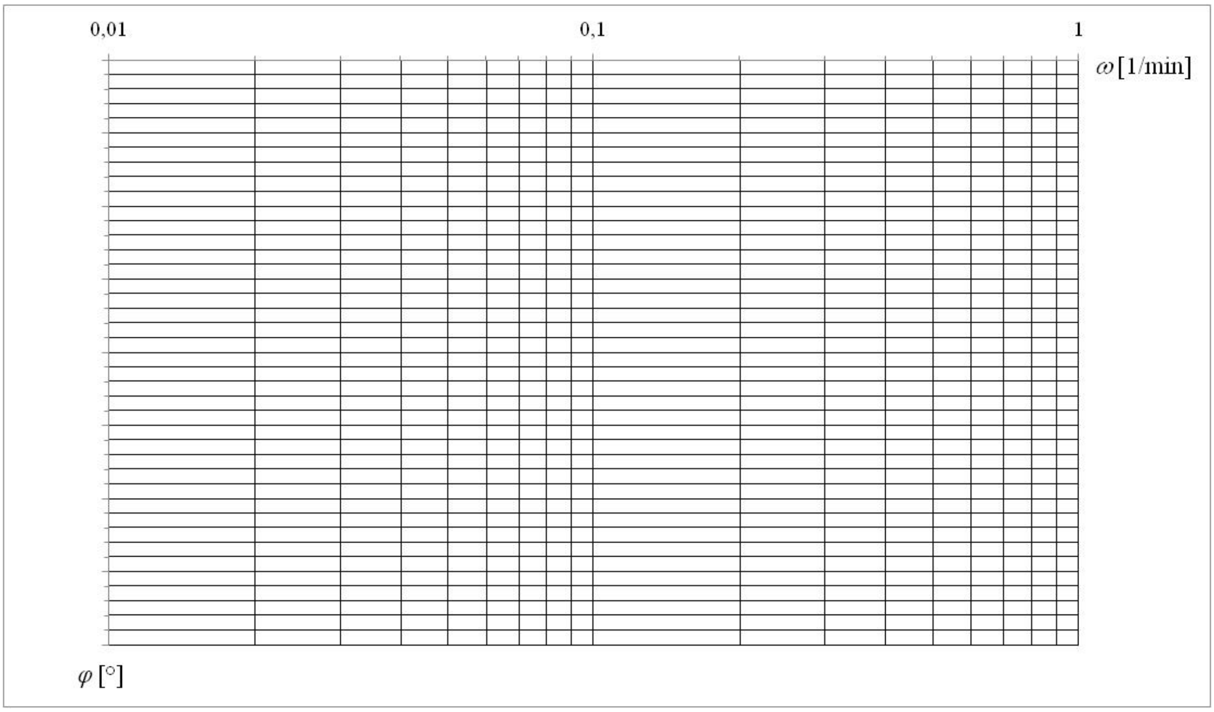
$$\left|G(j\omega)\right|_{P} = A_P = 4{,}42$$

Ezek alapján az erősítési tartalék:

$$\left|G^{*}(j\omega)\right|_{t} = \left|G(j\omega)\right|_{kr} \cdot \left|G(j\omega)\right|_{P} = 0{,}113 \cdot 4{,}42 = 0{,}5$$

BODE DIAGRAM





KÉPLETGYŰJTEMÉNY

I. rendű tagok

Differenciálegyenlet: $T\dfrac{\mathrm{d}\,y(i)}{\mathrm{d}\,i}+y(i)=A\cdot x(i)$

Átviteli függvény: $G(s)=\dfrac{A}{T\cdot s+1}$

Súlyfüggvény: $\hat{y}=\dfrac{a\cdot A}{T}\cdot e^{-\frac{i}{T}}$

Átmeneti függvény: $\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T}}\right]$

Sebességugrás válasz: $\hat{y}=a\cdot A\cdot T\cdot\left[\dfrac{i}{T}+e^{-\frac{i}{T}}-1\right]$

II. rendű tagok

Differenciálegyenletek:

$$A\cdot x(i)=T_2^2\,\frac{\mathrm{d}\,y^2(i)}{\mathrm{d}\,i^2}+T_1\frac{\mathrm{d}\,y(i)}{\mathrm{d}\,i}+y(i)=T^2\,\frac{\mathrm{d}\,y^2(i)}{\mathrm{d}\,i^2}+2\cdot\xi\cdot T\,\frac{\mathrm{d}\,y(i)}{\mathrm{d}\,i}+y(i)$$

Átviteli függvények:

$$G(s)=\frac{A}{T_2^2\cdot s^2+T_1\cdot s+1}=\frac{A}{T^2\cdot s^2+2\cdot\xi\cdot Ts+1}$$

	Súlyfüggvények	Átmeneti függvények
$\xi<1$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[\dfrac{1}{\omega\cdot T^2}e^{-\alpha\cdot i}\sin(\omega\cdot i)\right]$ ahol $\alpha=\dfrac{\xi}{T}$ és $\omega=\dfrac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-e^{-\alpha\cdot i}\left(\cos(\omega\cdot i)+\dfrac{\alpha}{\omega}\sin(\omega\cdot i)\right)\right]$ ahol $\alpha=\dfrac{\xi}{T}$ és $\omega=\dfrac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$
$\xi=1$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[\dfrac{1}{T^2}\cdot i\cdot e^{-\frac{i}{T}}\right]$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-e^{-\frac{i}{T}}\left(1+\dfrac{1}{T}\right)\right]$
$\xi>1$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\dfrac{1}{T_1-T_2}\left[e^{-\frac{i}{T_1}}-e^{-\frac{i}{T_2}}\right]$	$\hat{y}=a\cdot A\cdot\left[1-\dfrac{1}{T_1-T_2}\left(T_1\cdot e^{-\frac{i}{T_1}}-T_2\cdot e^{-\frac{i}{T_2}}\right)\right]$

II. rendű tag súlyfüggvényének maximumhelye

$$i_{max}=\frac{\ln\dfrac{T_1}{T_2}}{\dfrac{1}{T_2}-\dfrac{1}{T_1}}$$

Műveletek összefüggései

Meleg vizet gyártó tartály (közvetlen gőzbefúvással működő hőcserélő)

Feltételezzük, hogy a melegítésre felhasznált gőz árama elhanyagolhatóan kicsi a be- és kifolyó térfogatáramhoz képest, azaz $W_{be} \approx W_{ki} = W$.

A gőzáram és a kilépő áram hőmérséklete közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s) = \frac{t_{ki}(s)}{\dot{m}_{gőz}(s)} = \frac{A}{T \cdot s + 1}$$

ahol $$A = \frac{r}{W \cdot \rho \cdot c_p} \qquad T = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p}$$

Ha a fémrészek hőkapacitása elhanyagolható:

$$A = \frac{t_{ki} - t_{be}}{\dot{m}_{gőz}} \qquad T = \frac{V}{W}$$

A belépő és a kilépő áram hőmérséklete közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s) = \frac{t_{ki}(s)}{t_{be}(s)} = \frac{A}{T \cdot s + 1}$$

ahol $$A = 1 \qquad T = \frac{C}{W \cdot \rho \cdot c_p}$$

Keverőtartály

A belépő és a kilépő áram koncentrációja közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s) = \frac{c_{ki}(s)}{c_{be}(s)} = \frac{A}{T \cdot s + 1}$$

ahol $$A = 1 \qquad T = \frac{V}{W}$$

Folyamatosan kevert tartályreaktor

A belépő és a kilépő áram koncentrációja közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s)=\frac{c_{ki}(s)}{c_{be}(s)}=\frac{A}{T\cdot s+1}$$

ahol $$A=\frac{W}{W+V\cdot\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_{ki}}\right)_0} \qquad T=\frac{V}{W+V\cdot\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_{ki}}\right)_0}$$

Anyagmérleg stacionárius állapotban:

$$W_{be}\cdot c_{be}=W_{ki}\cdot c_{ki}+V\cdot r$$

n-ed rendű reakció reakciósebessége:

$$r=k\cdot[c_{ki}]^n$$

n-ed rendű reakció reakciósebességének kimenő koncentráció szerinti deriváltja:

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_{ki}}=n\cdot k\cdot[c_{ki}]^{n-1}$$

Kényszer kifolyású tartály

A belépő és a kilépő áram közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s)=\frac{h(s)}{W_{be}(s)}=\frac{A}{s}$$

ahol $$A=\frac{1}{F}$$

Szabad kifolyású tartály

A belépő és a kilépő áram közötti kapcsolat:

Átviteli függvény: $$G(s)=\frac{h(s)}{W_{be}(s)}=\frac{A}{T\cdot s+1}$$

ahol $$A=\frac{2\cdot h}{W_{be}} \qquad T=\frac{2\cdot F\cdot h}{W_{be}}$$

Szelepek

Maximális átfolyás a szelep adott nyomásesésénél

$$W_{max} = k_{v,max}\sqrt{\frac{\Delta p_{rel}}{\rho_{rel}}}$$

ahol $k_{v,max}$ – Teljesen nyitott szelepen 1 bar nyomáskülönbség hatására átmenő vízáram.

$$\Delta p_{rel} = \frac{\Delta p_{szelep}}{\Delta p_{atm}} = \frac{\Delta p_{szelep}}{1\,\mathrm{bar}} \qquad \rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{víz,20°\mathrm{C}}} = \frac{\rho}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}$$

Átfolyási karakterisztikák:

Lineáris:
$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{H}{H_{max}} = h$$

Gyökös:
$$\frac{W}{W_{max}} = \sqrt{\frac{H}{H_{max}}} = \sqrt{h}$$

Exponenciális:
$$\frac{W}{W_{max}} = \frac{1}{e^n}\cdot e^{n\cdot\frac{H}{H_{max}}} = \frac{1}{e^n}\cdot e^{n\cdot h}$$

Egyéb összefüggések:

Maximális átfolyás a beépítés helyén, amekkorát a szelep át tud engedni:

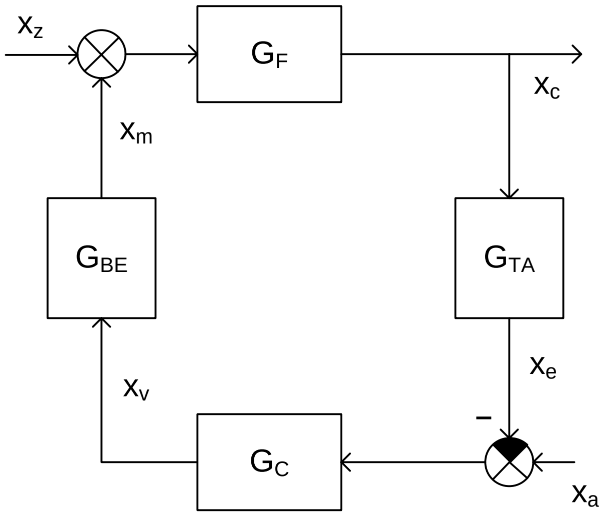
$$W^*_{max} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p_{összes}}{1\,\mathrm{bar}}}{\frac{\rho_{rel}}{k^2_{v,max}} + \frac{B}{1\,\mathrm{bar}}}}$$

Csősúrlódási nyomásesés számítása: $\Delta p_{cső} = B\cdot W^2$

Összes nyomásesés: $\Delta p_{összes} = \Delta p_{cső} + \Delta p_{szelep}$

Szabályozókörök

Blokkvázlat (ha a zavarás ugyanolyan módon hat a szabályozott jellemzőre, mint a módosított jellemző):



Eredő átviteli függvények:

$$G^*(s) = \frac{x_c(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

$$G^*(s) = \frac{x_m(s)}{x_z(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}{1 + G_F(s) \cdot G_{TA}(s) \cdot G_C(s) \cdot G_{BE}(s)}$$

Frekvenciafüggvények

	$G(s)$	$\left\|G(j\omega)\right\|$	φ
Elsőrendű	$\dfrac{A}{T\cdot s+1}$	$\dfrac{A}{\sqrt{1+\omega^2\cdot T^2}}$	$\mathrm{arctg}(-\omega\cdot T)$
Másodrendű	$\dfrac{A}{T^2\cdot s^2+2\cdot\xi\cdot T\cdot s+1}$	$\dfrac{A}{\sqrt{\left(1-\omega^2\cdot T^2\right)^2+\left(2\cdot\xi\cdot T\cdot\omega\right)^2}}$	$\mathrm{arctg}\left(\dfrac{-2\cdot\xi\cdot\omega\cdot T}{1-\omega^2\cdot T^2}\right)$
Holtidős	$A_H\cdot e^{-T_H\cdot s}$	A_H	$-57{,}3^\circ\cdot T_H\cdot\omega$
Integráló	$\dfrac{A_I}{s}$	$\dfrac{A_I}{\omega}$	-90°
PI	$A_P\cdot\left[1+\dfrac{1}{T_I\cdot s}\right]$	$A_P\cdot\sqrt{1+\dfrac{1}{\omega^2\cdot T_I^2}}$	$\mathrm{arctg}\left(-\dfrac{1}{\omega\cdot T_I}\right)$
PID	$A_P\cdot\left[1+\dfrac{1}{T_I\cdot s}+T_D\cdot s\right]$	$A_P\cdot\sqrt{1+\left(\dfrac{1}{\omega^2\cdot T_I^2}-2\dfrac{T_D}{T_I}+\omega^2\cdot T_D^2\right)}$	$\mathrm{arctg}\left(\omega\cdot T_D-\dfrac{1}{\omega\cdot T_I}\right)$

Javasolt szabályozó-paraméterek Ziegler és Nichols szerint

Szabályozó	A_P	T_I	T_D
P	0,5 $A_{P,krit}$	∞	0
PI	0,45 $A_{P,krit}$	$T_{krit}/1{,}2$	0
PID	0,6 $A_{P,krit}$	0,5 T_{krit}	$T_{krit}/8$

Sorba kapcsolt tagok

$$G^*(s)=\prod G_i(s)$$

$$G^*(j\omega)=\prod G_i(j\omega)$$

$$\left|G^*(j\omega)\right|=\prod\left|G_i(j\omega)\right|$$

$$\varphi^*=\sum\varphi_i$$

Terminológia

Szakasz – Magában foglalja a szabályozókör elemeit (folyamat, távadó, beavatkozó szerv) a szabályozó kivételével.

Felnyitott kör – Magában foglalja a szabályozókör minden elemét (folyamat, távadó, szabályozó, beavatkozó szerv).

Laplace-transzformáció

Kifejezések Laplace-transzformáltjai

Az alábbi átalakítások csak akkor érvényesek, ha eltérésváltozókkal dolgozunk!

$\mathrm{f}(i)$	$\mathrm{F}(s)$
$\mathrm{f}'(i)$	$s \cdot \mathrm{F}(s)$
$\mathrm{f}''(i)$	$s^2 \cdot \mathrm{F}(s)$
$\int \mathrm{f}(i)$	$\frac{\mathrm{F}(s)}{s}$
$\delta(i)$ egység impulzus	1
a nagyságú ugrás	$\frac{a}{s}$
i	$\frac{1}{s^2}$
i^2	$\frac{2}{s^3}$
i^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{\pm a \cdot i}$	$\frac{1}{s \mp a}$
$i \cdot e^{\pm a \cdot i}$	$\frac{1}{(s \mp a)^2}$
$i^n \cdot e^{\pm a \cdot i}$	$\frac{1}{(s \mp a)^{n+1}}$
$\sin(a \cdot i)$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$
$\cos(a \cdot i)$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$

Végérték-tétel

$$\lim_{i \to \infty}[\mathrm{f}(i)] = \lim_{s \to 0}[s \cdot \mathrm{F}(s)]$$

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

a	zavarás nagysága	változó
A	amplitúdó	[-]
A	erősítési tényező	változó
AV	amplitúdóviszony	[-]
B	csősúrlódás arányossági tényező	[Pa/(m^3/s)^2]
c	koncentráció	[mol/m^3]
C	hőkapacitás	[J/kg]
c_p	fajhő	[J/(kgK)] vagy [J/(kg°C)]
D	tartály belső átmérője	[m]
f	frekvencia	[1/s]
F	tartály keresztmetszete	[m^2]
F	folyadék felszíne	[m^2]
G	átviteli függvény	[-]
$\lvert G(j\omega)\rvert$	amplitúdóviszony	[-]
h	folyadékmagasság	[m]
h	relatív szelepállás	[-]
H	szelepállás	[m]
i	idő	[s]
j	imaginárius egység	[-]
k	reakciósebességi állandó	változó
$k_{v,max}$	szelep jellemző mennyisége	[m^3/s]
K	hurokerősítési tényező	[-]
m	tömeg	[kg]
$\dot{m}$	tömegáram	[kg/s]
n	anyagmennyiség	[mol]
n	reakció rendűsége	[-]
n	folyamat/tag rendűsége	[-]
n	exponenciális karakterisztikájú szelep jellemző értéke	[-]
$\dot{n}$	moláram	[mol/s]
p	nyomás	[Pa]
r	párolgáshő	[J/kg]
r	reakciósebesség	[mol/(m^{3}s)]
s	Laplace-féle operandusz	[-]
t	hőmérséklet	[K] vagy [°C]
T	időállandó	[s]
V	térfogat	[m^3]
W	folyadék térfogatáram	[m^3/s]
x	bemenő jel	[-]
x	jel (általában)	[-]
x	konverzió	[-]
y	kimenő jel	[-]
ρ	sűrűség	[kg/m^3]
φ	fázisszög, fáziskésés	[°]
η	dinamikai viszkozitás	[Pas]
ω	körfrekvencia	[rad/s]

Indexek

a	alapjel
be	bemenő
BE	beavatkozó egység, végrehajtó egység
c	szabályozott jel
C	szabályozó
D	differenciáló tag
e	ellenőrző jel
F	folyamat
F	felfutási (idő)
H	holt(idő)
i	idegen, ismeretlen
I	integráló tag
ki	kimenő
krit	kritikus
LL	előrecsatolt szabályozó
m	módosított jel
me	maradó eltérés
max	maximális (kitérés)
P	P szabályozó
P	arányos (proporcionális) tag
per	periódus
PI	PI szabályozó
PID	PID szabályozó
rel	relatív
TA	távadó
v	végrehajtó jel
V	végrehajtó egység, beavatkozó egység
X	bemenő jel
Y	kimenő jel
z	zavarás