

ANOVA feladatok

(BMEVEKFM109 kurzus, 2020. tavasz)

B.1. Békák vízfelvételét tanulmányozták (R. Mead: The design of experiments, Cambridge University Press, 1988, p. 38). Kétféle békával (varangyos és leveli) kísérleteztek, egyeseket a kísérlet előtt szárazon, másokat nedvesen tartottak. A kísérlet során az állatok egy csoportja hormon-injekciót kapott, a másik nem. Az állatokat a kísérlet során két órán keresztül vízbe merítették. Az alábbi táblázatban az egyes békák testsúlyának változása látható (a pozitív érték testsúlygyarapodást jelent):

békafajta	nincs hormon-injekció		van hormon-injekció	
	tartási körülmény			
	száraz	nedves	száraz	nedves
leveli	2.47	0.85	13.71	3.82
	17.72	2.90	7.38	2.86
varangyos	17.68	2.31	28.39	28.37
	25.23	-1.59	27.94	14.16

- Van-e hatása a hormoninjekciónak tartási körülménytől függetlenül?
- Van-e hatása a hormoninjekciónak, ha figyelembe vesszük a tartási körülményt is?

Mindkét esetre írja föl a modellt, végezze el a számításokat, fogalmazza meg a feltételezéseket, és ellenőrizze a teljesülésüket!

B.2. Egy kémiai reakcióban képződő termék tisztaságát mérték 3 különböző oldószer és 2 különböző hőmérséklet esetén. Minden oldószerrel mindkét hőmérsékleten kipróbálták. Az eredménytáblázat értékei százalékban értendők.

	1. Oldószer	2. Oldószer	3. Oldószer
Magas hőmérséklet	83.9	82.7	83.3
	84.5	84.5	86.8
	82.9	85.7	83.1
Alacsony hőmérséklet	82.6	81.0	87.6
	85.4	83.8	87.8
	86.0	81.2	88.5

- Írja föl a modellt! Indokolja választát!
- Elemezze az adatokat!
- Fogalmazza meg a feltételezéseket, és ellenőrizze teljesülésüket!
- Melyik beállítást választaná? Döntését statisztikai módszerrel támassza alá!

B.3. Egy vitorlás magazin összehasonlító elemzést kívánt készíteni a vitorlás hajók sebességéről. Öt különböző típusú hajót hasonlítottak össze, a mért átlagsebességek (km/h-ban) az alábbi táblázatban láthatók. A vitorlás hajók sebessége függhet a szélirány és a haladási irány által bezárt szögtől, ezért a sebességet hátszélben és félszélben is mérték. (A félszél azt jelenti, hogy a hajó oldalról kapja a szelet, tehát a szélirány és a haladási irány 90° -ot zár be.) Öt különböző vitorlakészítő műhelyt kértek fel, hogy készítsen egy-egy vitorlázatot mindegyik hajóhoz. Mindegyik hajó sebességét megmérték mind az öt vitorlázattal, félszélben és hátszélben.

		Hajó típus				
		1	2	3	4	5
Hátszél						
Vitorlakészítő	V1	6.9	35.2	16.4	14.6	10.2
	V2	6.7	34.2	14.5	13.7	10.1
	V3	9.4	35.4	19.4	11.6	16.0
	V4	7.9	28.8	15.3	16.4	13.6
	V5	9.8	35.1	11.2	8.9	15.7
Félszél						
Vitorlakészítő	V1	6.7	26.3	18.4	18.5	12.2
	V2	7.0	23.1	21.0	14.8	15.0
	V3	6.2	21.3	25.7	16.5	13.8
	V4	7.0	18.3	20.1	15.0	13.0
	V5	7.3	35.8	17.3	11.7	8.6

- Ön az 52. Kékszalagon szeretne indulni és a célja, hogy minél jobb helyezést érjen el. Melyik hajótípust választaná, és melyik vitorlakészítő műhellyel készíttetné a vitorlázatát?
- Tegyük föl, hogy Ön egy hajógyártó cég tulajdonosa. Egyik évben olyan sok megrendelés érkezett, hogy kénytelen volt a jól bevált vitorlakészítő műhelyen túl más műhelyekkel is szerződést kötni. Becsülje meg azt az ingadozást a hajók átlagsebességében, amely annak köszönhető, hogy több vitorlázatkészítő műhelytől kellett vitorlázatot rendelnie!

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről egyik esetben sem!

B.4. Egy tehéntenyésztő azt kívánt vizsgálni, hogy a különböző étrendek hogyan befolyásolják az állatok tejhozamát. A kísérletbe 3 vérvonalból (1,2 és 3-assal jelölt) származó állatokat választott ki, és 4 különböző étrenDET próbált ki (A, B, C és D-vel jelöltek). Minden étrenDETtel 2-2 állatot táplált mindegyik vérvonalból. A tejhozamok a következő táblázatban láthatók:

étrend	vérvonal		
	1	2	3
A	18	20	14
	19	21	17
B	24	27	20
	22	30	23
C	19	20	17
	21	18	16
D	16	16	14
	15	18	12

- Ön mint a gazda barátja, mit javasolna, melyik étrenDET szerint etesse a teheneket a minél nagyobb tejhozam elérésének érdekében?
- Befolyásolja-e az előző kérdésre adott választát, hogy milyen vérvonalból származó teheneket tart a gazda?

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.5. Egy gyárban különböző beszállítóktól származó ötvözet réztartalmát vizsgálják. A cél annak felderítése, hogy mi okozza az ötvözet réztartalmának ingadozását: a beszállítók közötti különbségek vagy az egyes beszállítók termelés ingadozása.

Három beszállító mindegyikétől 4-4 adag ötvözetet vásároltak, és minden adag réztartalmát 3 ismételt analízissel határozták meg. Az eredmények a következők voltak:

	1. Beszállító	2. Beszállító	3. Beszállító
Adag	1 54, 52, 53	54, 51, 50	55, 57, 53
	2 51, 50, 85	53, 57, 55	51, 53, 55
	3 51, 53, 54	52, 53, 51	54, 52, 55
	4 54, 57, 53	53, 56, 55	56, 55, 54

- Melyik beszállítót választaná, ha Önnek a legmagasabb réztartalmú ötvözetre van szüksége? Döntését statisztikai módszerrel igazolja!
- Mekkora ingadozásra kell számítania a vállalatnak, ha ezentúl csak a 2. beszállítótól vásárol?

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.6. Az alábbi adatok a fogak töméséhez használt kötőanyag darabokra töréséhez szükséges erőt mutatják font/hüvelyk² egységben (Johnson-Leone 32. p 712). A fogászati kísérlet során vizsgálták kötőanyag fajtájának (A), a fog típusának (B) és a kötés alakjának (C) hatását. Ez utóbbi arra utal, hogy pontosan milyen módon készítik el a kötést, ez mindegyik ragasztóra ugyanaz az öt módszer. Ötféle kötőanyagot, kétféle fogtípust (nagy és kis őrlőfog) és a kötőanyag ötféle alakját (C1-C5) használták a vizsgálatokhoz. Mind az 50 kísérlethez (5*2*5) 3-3 mintát faragtak és ragasztottak meg, majd mindegyikre megmérték a széttöréshez szükséges erőt. Az alábbi táblázatban csak a 3-3 mérésből számítható átlagos erőket tartalmazza.

fog	ragasztó				
	1	2	3	4	5
nagy őrlőfog					
alak C1	67	263	184	185	122
C2	70	231	210	148	150
C3	62	213	257	165	138
C4	70	183	201	150	130
C5	73	358	173	117	86
kis őrlőfog					
alak C1	69	352	164	146	102
C2	67	342	145	137	101
C3	94	354	194	116	160
C4	79	288	153	164	136
C5	98	351	112	89	157

- Mi befolyásolja jelentősen a fogak töméséhez használt kötőanyag darabokra töréséhez szükséges erőt?
- Melyik módszerrel (ragasztó + alak) készült tömést választaná nagy őrlőfog esetén? És, ha csak 1-es és 5-ös ragasztó áll rendelkezésünkre? Döntését statisztikai módszerrel igazolja!

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.7. Az adatok egy olyan kísérletből származnak melyben különböző protein diéták hatásosságát vizsgálták marhák hizlalása céljából. A táplálás hatékonyságát patkányok testsúlygyarapodásával modellezték. Hogy megállapítsák mely diéta és milyen mennyiségben a legmegfelelőbb etetési forma, 60 patkány tömegnövekedését vizsgálták kis (2) és nagy (1) mennyiségű marhahússal (1), sertéshússal (2) és gabonapehellyel (3) történő etetés során. (Hoaglin, D., Mosteller, F., and Tukey, J. (1991))

Az adatok a következők:

diet amount	diet type		
	1	2	3
1	118	120	111
1	117	108	98
1	111	105	95
1	107	102	92
1	104	102	88
1	102	98	86
1	100	96	82
1	87	94	77
1	81	91	74
1	73	79	56
2	95	106	107
2	90	97	98
2	90	86	97
2	90	82	95
2	86	82	89
2	78	81	80
2	76	73	74
2	72	70	74
2	64	61	67
2	51	49	58

- Írja föl a modellt! Indokolja választát!
- Végezze el az elemzést és vonja le a következtetéseket!
- Fogalmazza meg a feltételezéseket, és ellenőrizze teljesülésüket!
- Melyik diétát választaná? Döntését statisztikai módszerrel igazolja!

B.8. A toxi.xls (<http://kkft.bme.hu/hu/oktatas/targylista/biomet/anova>) adatállományban egy vegyület toxikológiai vizsgálatára vonatkozó eredmények vannak. A vizsgálat célja annak ellenőrzése, hogy a beadott anyag okoz-e nem kívánt eltéréseket a kísérleti patkányok szervezetében.

- Vizsgálja meg, hogy a *clinical chemistry* munkalapon a 20 mg/kg, a 80 mg/kg, a 320 mg/kg és a control között, illetve az állat neme szerint van-e különbség az AST (Anti-Streptolizin Titer) jellemzőben!
- Mondhatjuk azt, hogy a hím patkányok szervezetében okoz a kezelés nagyobb nem kívánt eltérést az AST jellemzőben? Válaszát indokolja!

B.9. Ebben a kísérletben azt vizsgálják, hogy a grafitelektródok tulajdonságait hogy befolyásolják a szinterelés körülményei. Az elektródokat 3 különböző hőmérsékleten szinterelték, az alapanyagot pedig a kemence két különböző pontjára (pozíció) helyezték. Minden hőmérséklet-pozíció kombinációban 3-3 elektródot állítottak elő, és mérték a tömörségüket, ezeket az adatokat a következő táblázat tartalmazza:

Position	Temperature (°C)		
	800	825	850
1	570	1063	565
	565	1080	510
	583	1043	590
2	528	988	526
	547	1026	538
	521	1004	532

- Írja föl a modellt!
- Indokolja meg a pozíció faktor típusának választását! Milyen helyzetekben választaná az egyiket és a másikat?
- Végezze el az elemzést és vonja le a következtetéseket!
- Melyik beállítást választaná, hogy minél nagyobb tömörségű elektródot kapjon? Döntését támassza alá statisztikai módszerrel!

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.10. Egy kísérletben 8 személy vérplazma-mintájával négyféle kezelést hajtottak végre a következő eredményekkel (véralvadási idő, sec):

egyén	kezelés			
	1	2	3	4
1	8.4	9.4	9.8	12.2
2	12.8	15.2	12.9	14.4
3	9.6	9.1	11.2	9.8
4	9.8	8.8	9.9	12.0
5	8.4	8.2	8.5	8.5
6	8.6	9.9	9.8	10.9
7	8.9	9.0	9.2	10.4
8	7.9	8.1	8.2	10.2

- Szignifikáns-e a kezelés hatása? Ha igen, csoportosíthatók-e a kezelések?
- Mekkora pluszingadozást okoz az, hogy különböző személyeken végezték a vizsgálatot?
- Lehet, hogy a kezelések nem egyformán hatnak az egyénekre?
- Melyik kezelés növeli meg a véralvadási időt a legjobban? Döntését statisztikai módszerrel igazolja!

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.11. Egy szintetikus szál szakítószilárdságát befolyásoló faktorokat tanulmányozták (Montgomery 7-6, p. 251.). Négy gyártósort és három kezelőt választottak ki véletlenszerűen, és vizsgálták a szál szakítószilárdságát. (Az összes mintaként vett szál ugyanabból az egy sarzsból származik.) Az eredmények az alábbiak:

Operátor	Gépsor			
	1	2	3	4
1	109	110	108	110
	110	115	109	108
2	110	110	111	114
	112	111	109	112
3	116	112	114	120
	114	115	119	117

- Írja föl a modellt, fogalmazza meg a feltételezéseket, és ellenőrizze a teljesülésüket!
- Elemezze az adatokat és vonja le a következtetést!
- Mekkora az ingadozásra számíthat a vevő a szakítószilárdság értékében, ha egy gépsorról kap szintetikus szálát? És ha egy adott operátor által üzemeltetett gépsorról kapja?

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.12. 3 fajta ragasztóra (047, 0TT és 001 jelűek) vizsgálták, hogy mennyire alkalmasak üvegdarabok összeragasztására (Johnson, Leone, 19., p. 706.). Húzószilárdsági tesztnek vetették alá az összeragasztott mintákat. Három különböző ragasztási típust alkalmaztak, ezek a „cross- lap”, „square- center”, és a „round- center”. Az alábbi táblázat a 45 kísérlet eredményét tartalmazza:

ADHESIVE	CROSS-LAP	SQUARE-CENTER	ROUND-CENTER
047	16	17	13
	14	23	19
	19	20	14
	18	16	17
	19	14	21
0TT	23	24	24
	18	20	21
	21	12	25
	20	21	29
	21	17	24
001	27	14	17
	28	26	18
	14	14	13
	26	28	16
	17	27	18

- Írja föl a modellt, fogalmazza meg a feltételezéseket, és ellenőrizze a teljesülésüket!
- Elemezze az adatokat! Van-e különbség a ragasztók között? A ragasztási típusok befolyásolják-e a ragasztás erősségét?
- A 047-es anyagot más osztályba sorolták, mint a 00T és a 001 jelűt. Van-e szignifikáns különbség az osztályok között?

B.13. Műanyag-termék kezelési idejének és a kezelés intenzitásának hatását vizsgálják a termék sűrűségére. Az eredmények az alábbi táblázatban találhatók:

intenzitás	idő(perc)		
	10	15	18
1	0	1	2
	5	4	4
	2	3	5
	4	2	4
2	4	6	9
	7	7	8
	6	8	10
	5	7	5
3	7	10	12
	8	8	9
	10	10	10
	7	7	8

- Van-e hatása a kezelési időnek és a kezelés intenzitásának a termék sűrűségére nézve?
- Lehet, hogy rövidebb kezelési időre van szükség, ha a kezelés intenzitása magasabb? Válaszát statisztikai számításokkal igazolja!
- Melyik beállítást választaná, ha a sűrűség növelése a cél? Döntését statisztikai módszerrel igazolja!

Ne feledkezzék meg az ANOVA feltételeinek ellenőrzéséről sem!

B.14. Egy vegyipari vállalat vizsgálni kívánta, hogy a felhasznált nyersanyag tisztaságának ingadozását a beszállítók közötti különbségek vagy egy-egy beszállító termelés ingadozása okozza-e (Montgomery, Design and analysis of experiments, J. Wiley, 1991. p. 442).

Három beszállító mindegyikétől 4-4 adagot vásároltak, és minden adag tisztaságát 3 ismételt analízissel határozták meg. Az eredmények a következők voltak:

	beszállító		
adag	1	2	3
1	94, 92, 93	94, 91, 90	95, 97, 93
2	91, 90, 89	93, 97, 95	91, 93, 95
3	91, 93, 94	92, 93, 91	94, 92, 95
4	94, 97, 93	93, 96, 95	96, 95, 94

- Írja föl a modellt, indokolja választát!
- Elemezze az eredményeket! Adjon választ a vállalat kérdésére!
- Mekkora ingadozásra kell számítania a vállalatnak, ha ezentúl csak a 2. beszállítótól vásárol?

Ne feledkezzék meg a feltételek vizsgálatáról sem!

B.15. Egy lakk mintavételezésének és viszkozitás mérésének ingadozását vizsgálták. A gyártó vállalat a sarzsok eltérésének, az egy sarzsból töltött dobozok, és az egy dobozból vett minták és az egy mintából végzett ismételt elemzések varianciakomponenseit kívánta becsülni. Az eredmények a következők:

I. sarzs				II sarzs			
1. doboz		2. doboz		1. doboz		2. doboz	
1. minta	2. minta	1. minta	2. minta	1. minta	2. minta	1. minta	2. minta
1.46	1.49	1.50	1.52	1.58	1.60	1.54	1.51
1.48	1.51	1.49	1.50	1.55	1.57	1.54	1.54

- Írja föl a modellt, indokolja választát!
- Elemezze az eredményeket! Végezze el a varianciakomponensek becslését!
- Fogalmazza meg a feltételezéseket, ellenőrizze a teljesülésüket!

B.16. 3 gépen készült dobozos majonéz tömegének változékonyságát tanulmányozzák. Mindegyik gépnek 2 töltőfeje van, 4 darabot véletlenszerűen választanak ki az egyes töltőfejekről. A mért adatok a következők.

1. gép		2. gép		3. gép	
1. fej	2. fej	1. fej	2. fej	1. fej	2. fej
702	698	704	702	704	706
699	699	705	700	700	705
701	700	703	701	702	705
702	698	704	703	701	704

- Írja föl a modellt, indokolja választát!
- Az adott gépekre érvényes következtetést akar levonni, vagy általánosabbat?
- Elemezze az eredményeket!
- Fogalmazza meg a feltételezéseket, ellenőrizze a teljesülésüket!
- Ha a vevőnek a raktárból kiadnak egy doboz majonézt, milyen tömeg-ingadozásra számíthat?

B.17. Kísérletileg modellezik zooplanktonok életkörülményeit két tóban. A két tó (Rose és Dennison) vizével 6-6 medencét töltenek meg, és 3 tápanyag egyikét adják hozzá, mindegyik tápanyagot két medencébe. 30 nap elteltével mintát vesznek, és megszámlálják a mikroorganizmusokat, az eredményt literenkénti számmal fejezik ki. Az eredmények az alábbi táblázatban találhatók:

tó	tápanyag		
	1	2	3
Rose	34	85	41
	43	68	24
Dennison	57	67	42
	40	53	52

- Van-e különbség a tavak és a tápanyagok között? Ne feledkezzék meg a feltételek vizsgálatáról sem!
- Biológusként melyik tavat és tápanyagot választaná, ha a mikroorganizmusok számának növelése lenne a célja? Támassa alá döntését statisztikai módszerrel!
- Hogyan változna a modell, ha egy nemzeti park több száz tavában szeretnék a zooplankton kolónia nagyságát növelni? Végezze el ebben az esetben is az elemzést!

B.18. Három analitikai laboratóriumban egy vizsgálandó anyagból 3-3 mintát készítenek, majd mindhármat kétszer injektálják a kromatográfba. Az eredmények:

minta	injektálás	A labor	B labor	C labor
1	1	91.19	89.0	91.7
1	2	91.09	89.2	91.3
2	1	91.67	89.5	90.9
2	2	91.95	89.6	91.1
3	1	90.94	87.7	92.8
3	2	90.46	88.3	93.0

- Van-e különbség laborok között? Mekkora az injektálás és a mintaelőkészítés bizonytalansága? Ne feledkezzék meg a feltételek vizsgálatáról sem!
- Milyen (szakmai) kérdésre keressük a választ, ha a labor faktort véletlenként, illetve rögzítettként kezeljük?
- Hogy kell elképzelni a kísérleteket, ha hierarchikus vagy kereszttáblázattal kell feldolgoznunk az adatokat?

